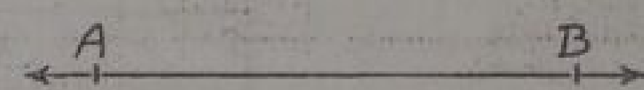
DOĞRUDA AÇILAR

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0 — 1 soru" sorulmaktadır.

Geometrik Kavramlar

Nokta: Kalemin kağıt üzerine bıraktığı ize nokta denir.

Doğru: Aynı hizada yan yana gelmiş sonsuz sayıdaki noktalar kümesine doğru denir.



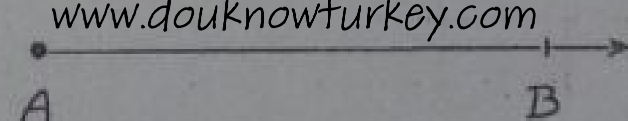
AB doğrusu

Doğru Parçası: Bir doğru üzerindeki sınırlı noktalar kümesine doğru parçası denir.

القطعة المستقيمة

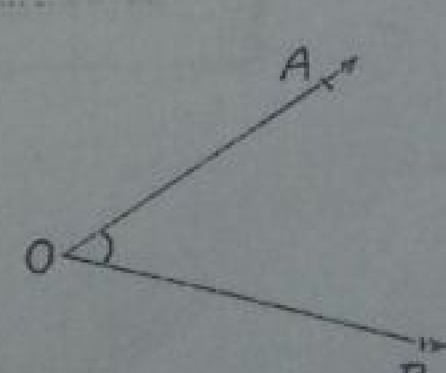
[AB] şeklinde gösterilir.

Işın: Bir doğru üzerinde bulunan, başlangıç noktası belli, bir yönde sonsuza devam eden noktalar kümesine ışın denir.



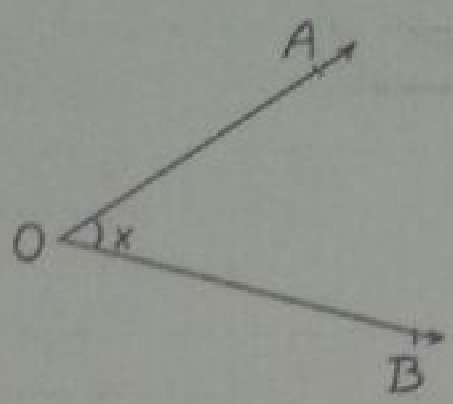
Açı: Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimine açı denir.

الزاوية



$\widehat{AOB} = \widehat{BOA} = \widehat{O}$

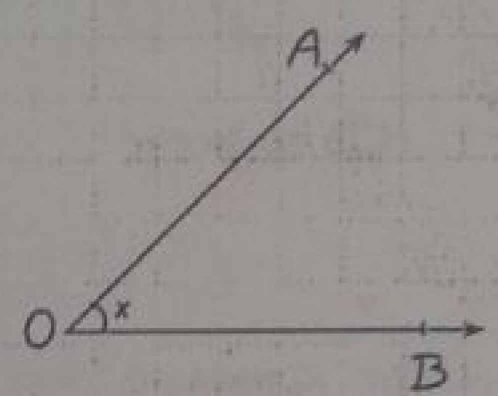
Açının Ölçüsü : AOB açısına karşılık gelen gerçel sayıya AOB açısının ölçüsü denir ve $m(\widehat{AOB})$ şeklinde gösterilir.



$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOA}) = x$$

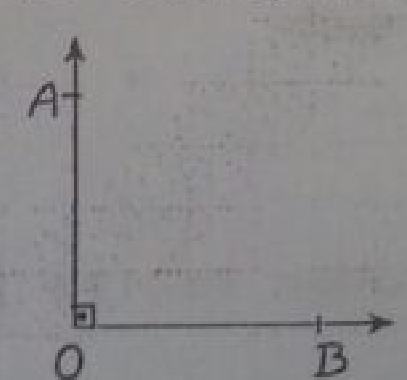
Açı Çeşitleri

Dar Açı: Ölçüsü 0° ile 90° arasındaki açılara dar açı denir.



$$m(\widehat{AOB}) = x \longrightarrow 0^\circ < x < 90^\circ$$

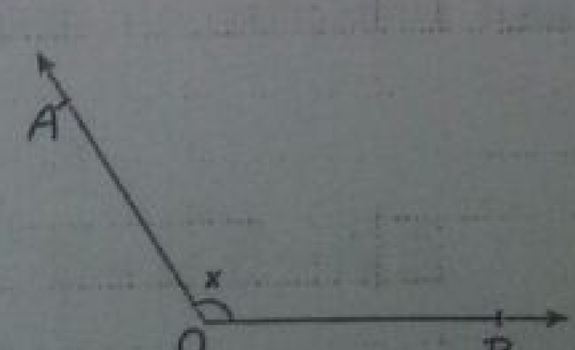
Dik Açı: Ölçüsü 90° olan açılara dik açı denir.



$m(\widehat{AOB}) = 90^\circ$

$[OA \perp [OB$ şeklinde gösterilir.

Geniş Açı: Ölçüsü 90° ile 180° arasındaki açılara geniş açı denir.



$$m(\widehat{AOB}) = x \longrightarrow 90^\circ < x < 180^\circ$$

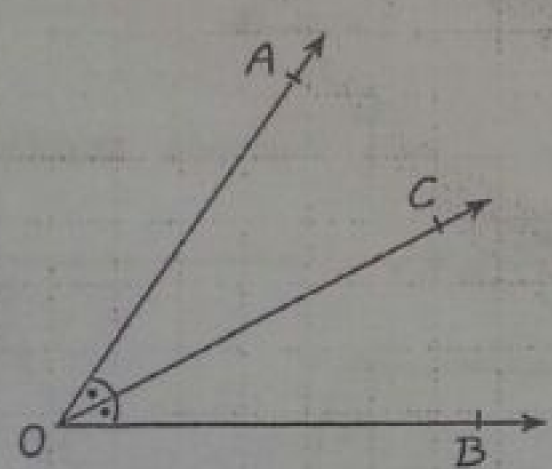
Doğru Açı: Ölçüsü 180° olan açılara doğru açı denir.

$x = 180°$

Tam Açı: Ölçüsü 360° olan açılara tam açı denir.

$x = 360°$

Açıortay: Bir açının ölçüsünü iki eş ölçüye ayıran ışına açının açıortay ışını denir.

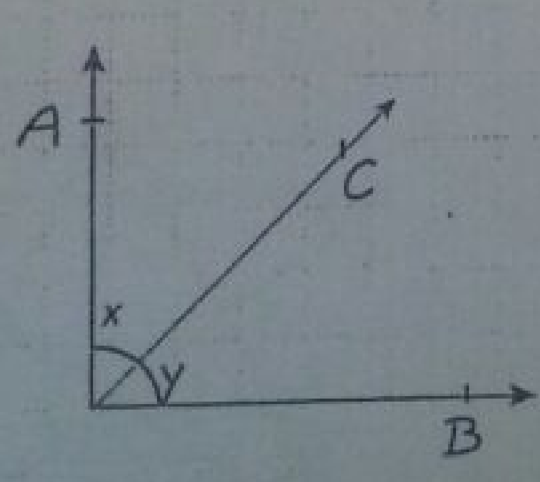


$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COB})$

[OC açıortaydır.

Komşu Açılar: Köşeleri ve birer kenarları ortak, iç bölgeleri ayrık olan açılara komşu açı denir.

Ölçüleri toplamı 90° olan iki tane komşu açıya ise komşu tümler açı denir.

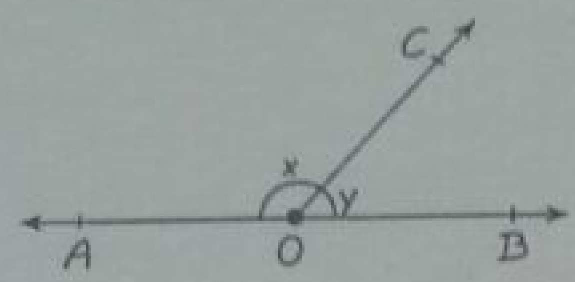


$x + y = 90°$ dir.

④

Bütünler Açı: Ölçüleri toplamı 180° olan iki açıya bütünler açılar denir.

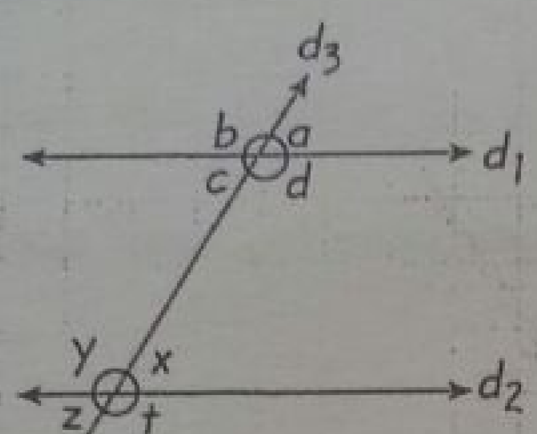
Ölçüleri toplamı 180° olan iki komşu açıya ise komşu bütünler açı denir.



$x + y = 180°$ dir.

الزوايا المتكاملة ، المكملة

Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açılar



$d_1 \parallel d_2$ ve d_3 bu iki doğruyu kesen doğrudur.

- **Yöndeş Açılar :** المتناظرة
[illegible]

$a = x$ | $b = y$ | $c = z$ | $d = t$

- **Ters Açılar :**

$a = c$ | $b = d$ | $x = z$ | $y = t$

- **İç Ters Açılar :**

$c = x$ | $d = y$

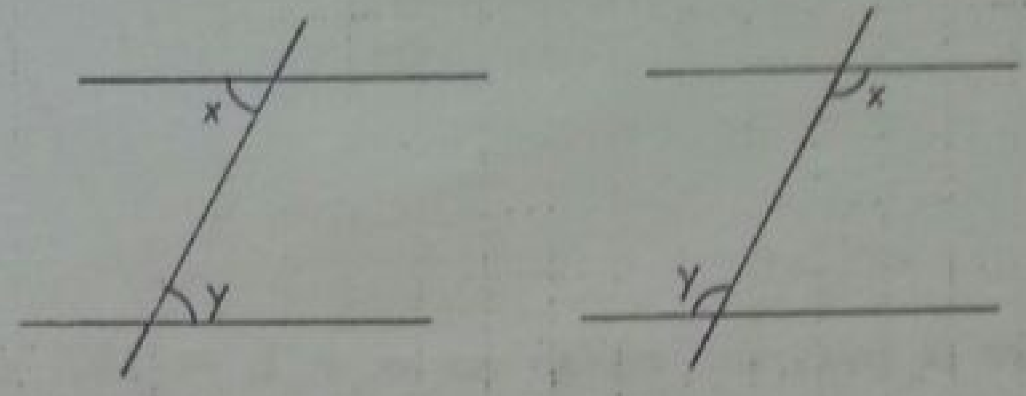
- **Dış Ters Açılar :**

$a = z$ | $b = t$

- **Karşı Durumlu Açılar :**

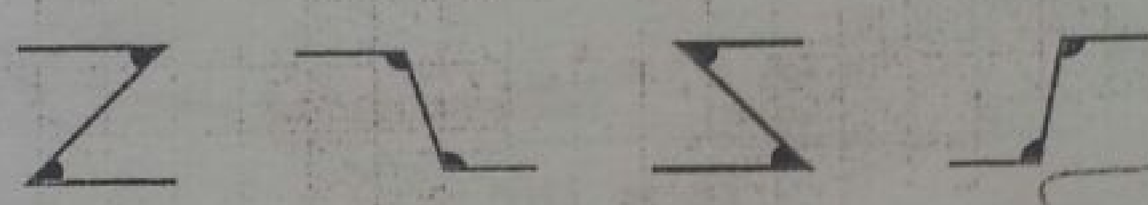
$c + y = 180°$ | $d + x = 180°$

BURASI ÖNEMLİ

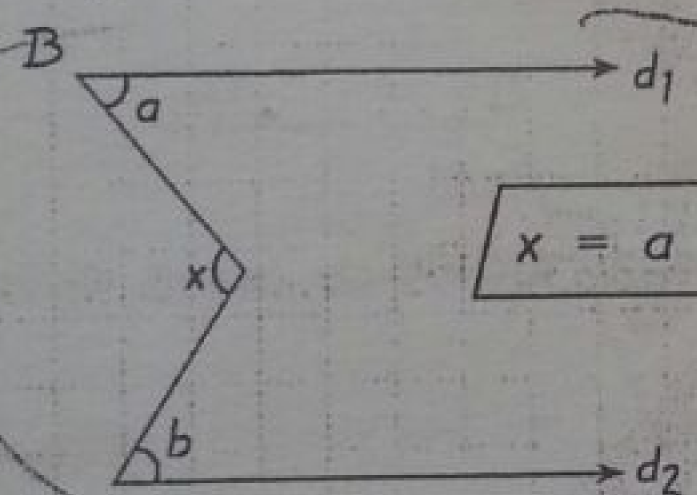


$x = y$

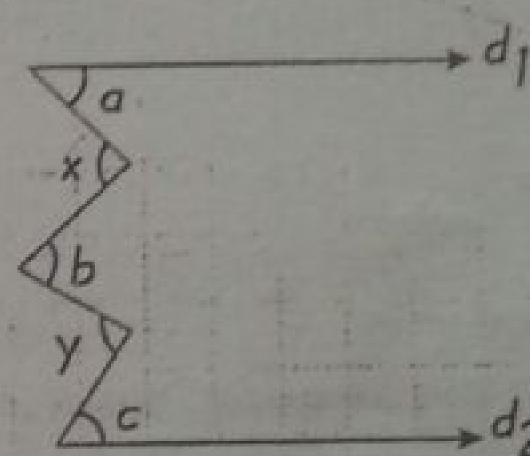
Paralel doğrularda iç ters açıların belirlenmesinde pratik yol "Z" kuralıdır. "Z" harfinin içinde kalan açılar iç ters açılardır ve birbirine eşittir.



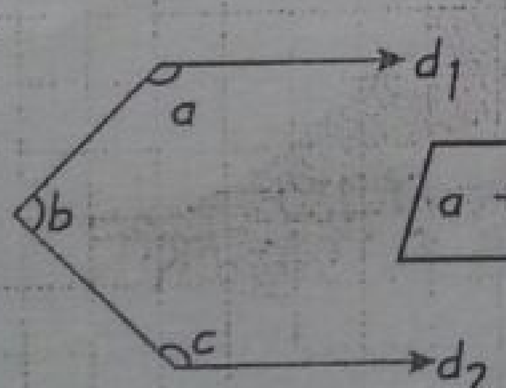
$d_1 \parallel d_2$ olmak üzere



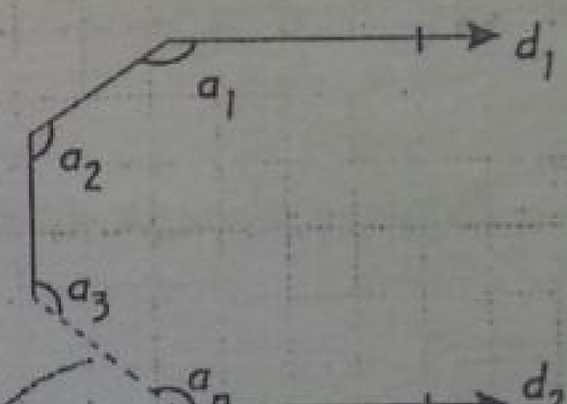
$x = a + b$



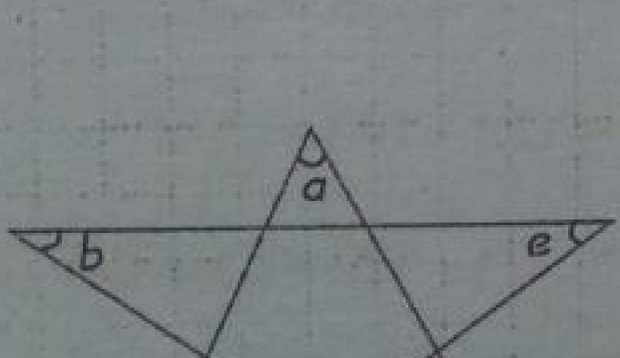
$x + y = a + b + c$



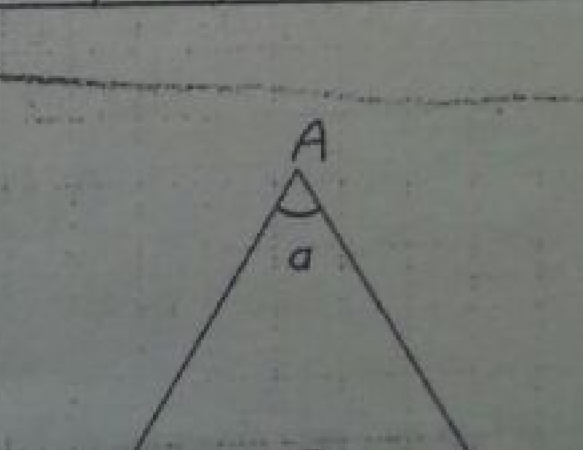
$a + b + c = 360°$



$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = (n - 1).180°$



$a + b + c + d + e = 180°$



$x = a + b + c$

Çözümlü Örnekler

ÖRNEK Bütünler iki açının ölçüleri farkı 60° olduğuna göre, küçük açının ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm a ve b bütünler açılar ise $a + b = 180°$ olur. $a - b = 60°$ olduğundan

$$
\begin{aligned}
a + b &= 180° \\
+ \quad -1 \,/\, a - b &= 60° \\
\hline
\cancel{a} + b &= 180° \\
+ \quad \cancel{-a} + b &= -60° \\
\hline
2b &= 120° \\
b &= \underline{\underline{60°}}
\end{aligned}
$$

ÖRNEK Tümleyeni ile bütünleyenin ölçüleri toplamı 140° olan açının ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm Açıya x denirse tümleyeni $90° - x$, bütünleyeni $180° - x$ olur.

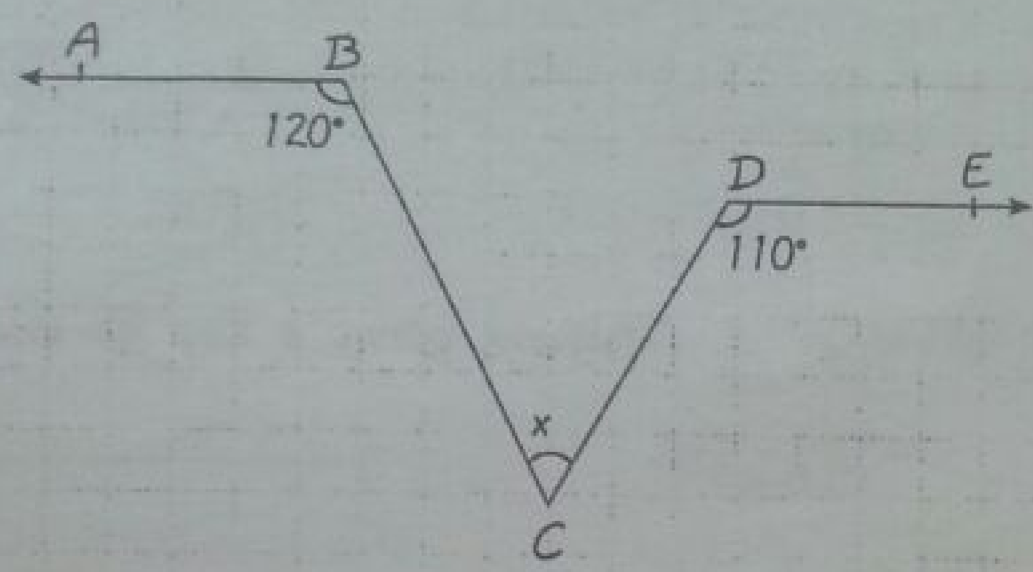
Buradan

$$
\begin{aligned}
90° - x + 180° - x &= 140° \\
270° - 140° &= 2x \\
130° &= 2x \\
x &= \underline{\underline{65°}} \text{ olur.}
\end{aligned}
$$

BURASI ÖNEMLİ

Bir x açısının tümleyeni $90° - x$, bütünleyeni ise $180° - x$ olur.

ÖRNEK



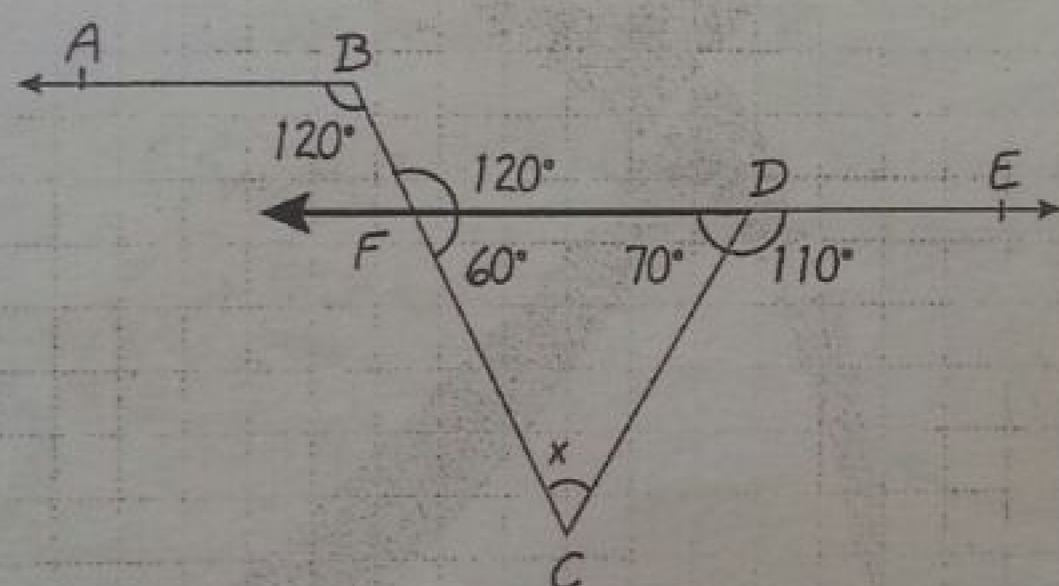
[BA // [DE

$m(\widehat{ABC}) = 120°$

$m(\widehat{CDE}) = 110°$

olduğuna göre, $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



[DF // [AB çizilirse

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BFD}) = 120°$ (İç ters açı)

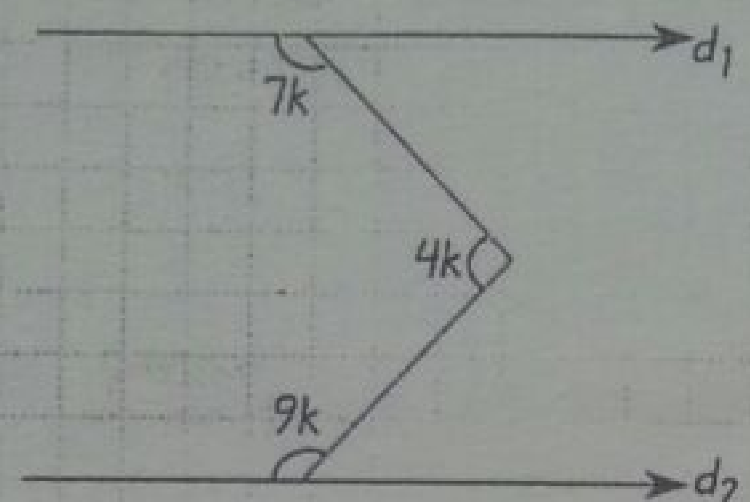
$m(\widehat{DFC}) = 180° - 120° = 60°$ (Komşu bütünler açı)

$m(\widehat{FDC}) = 180° - 110° = 70°$ (Komşu bütünler açı)

Üçgende iç açıların ölçüleri toplamı 180° olduğundan

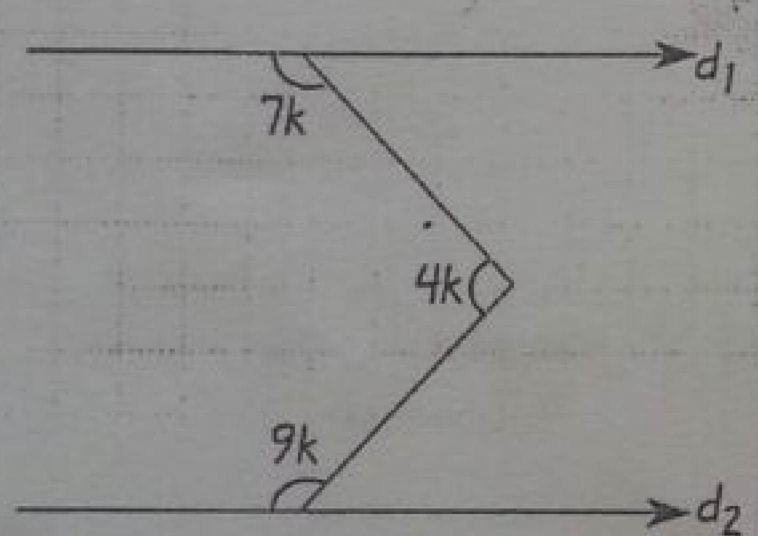
$$60° + 70° + x = 180°$$
$$x = 180° - 130° = \underline{\underline{50°}}$$

ÖRNEK



$d_1 \parallel d_2$ olduğuna göre, k kaç derecedir?

Çözüm



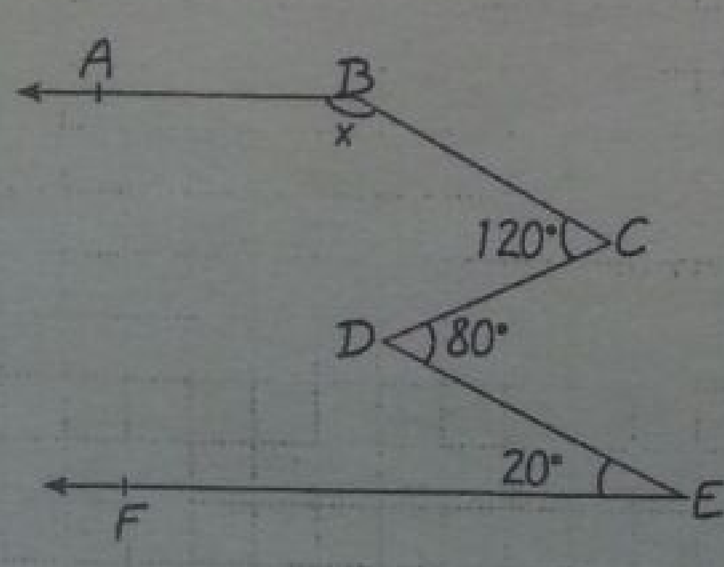
$d_1 \parallel d_2$ olduğundan

$$7k + 4k + 9k = 360^\circ$$

$$_1\cancel{20}k = \cancel{360^\circ}_{18}$$

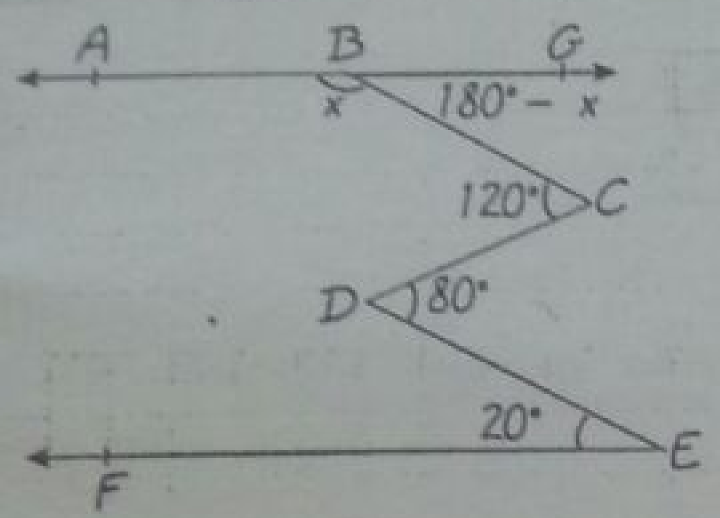
$$\underline{\underline{k = 18^\circ}}$$

ÖRNEK



$[BA \parallel [EF$ olduğuna göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



$[BG \parallel [EF$ çizilirse

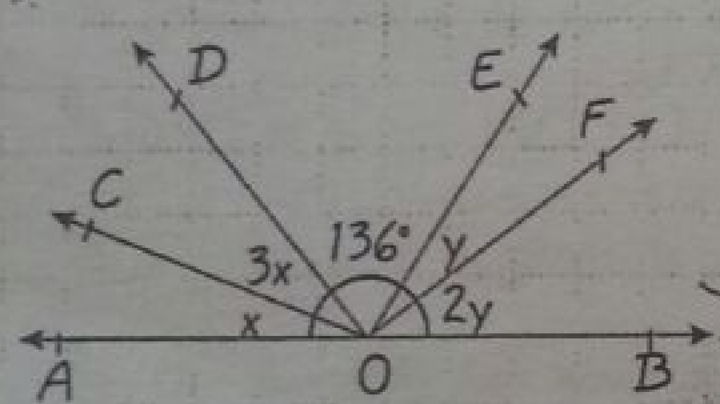
$m(\widehat{GBC}) = 180° - x$ olur.

$180° - x + 80° = 120° + 20°$

$260° - 140° = x$

$x = 120°$

ÖRNEK



A, O ve B noktaları doğrusaldır.
$x - y = 4°$ olduğuna göre, x kaç derecedir?

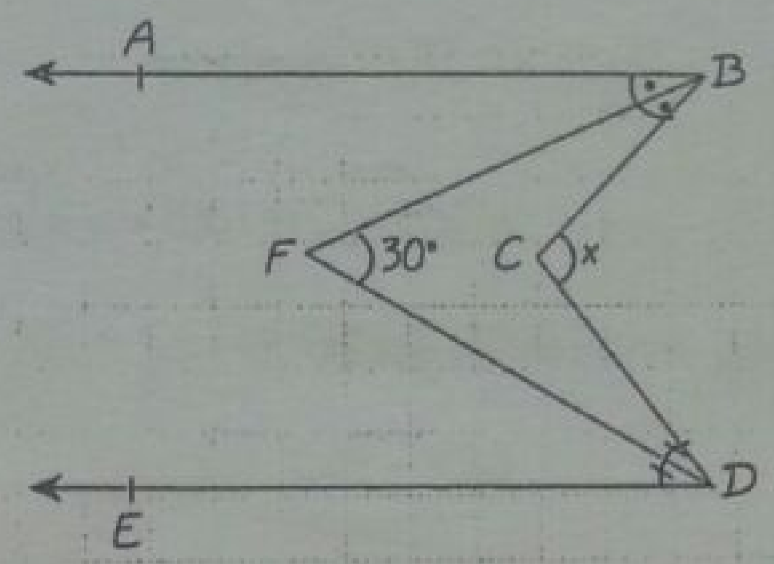
Çözüm

A, O ve B noktaları doğrusal olduğundan

$$x + 3x + 136° + y + 2y = 180°$$
$$4x + 3y = 180° - 136°$$
$$4x + 3y = 44° \text{ olur.}$$

$$4x + 3y = 44°$$
$$+ \quad 3\,/\; x - y = 4°$$
$$4x + \cancel{3y} = 44°$$
$$+ \quad 3x - \cancel{3y} = 12°$$
$$7x = 56°$$
$$x = 8°$$

ÖRNEK



[BA // [DE

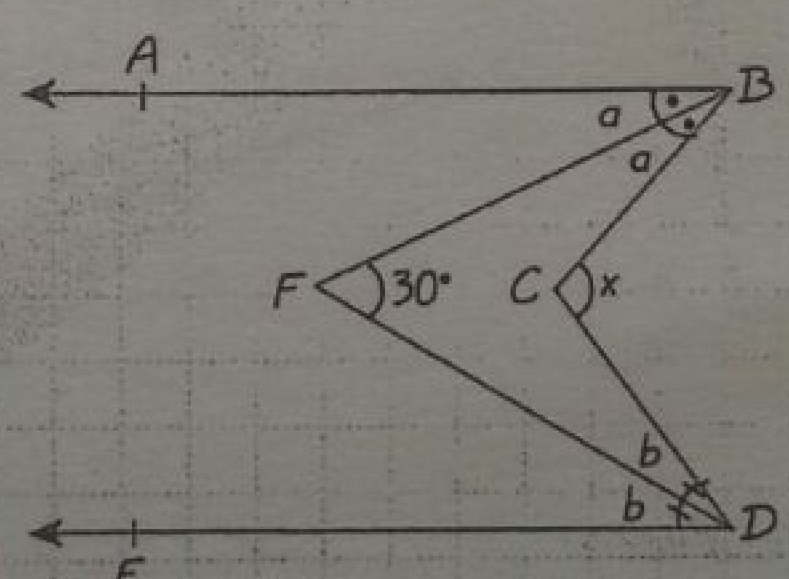
$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBF})$

$m(\widehat{CDF}) = m(\widehat{FDE})$

$m(\widehat{BFD}) = 30°$

olduğuna göre , $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



$x = a + b + 30$

$\cancel{x} =$

$2a + 2b + x$

$a + b = 30$

[BA // [DE olduğundan $m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBF}) = a$ ve $m(\widehat{CDF}) = m(\widehat{FDE}) = b$ denirse

$a + b = 30°$

$2a + 2b = x \longrightarrow 2 \cdot (a + b) = x$

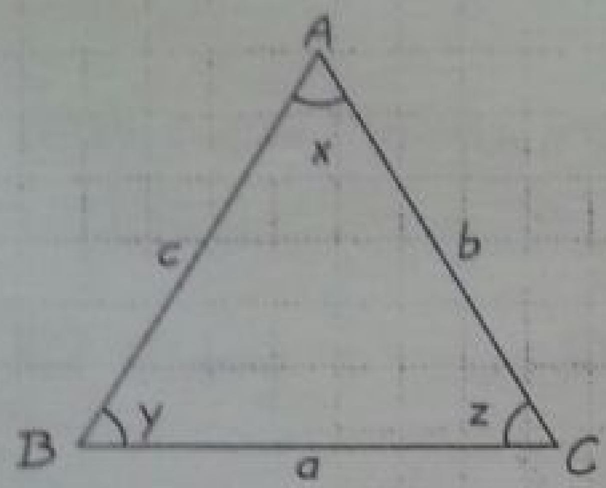
$2 \cdot 30° = x$

$x = 60°$

ÜÇGENLER

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0 – 1 soru" sorulmaktadır.

Bir düzlemde doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren doğru parçalarının birleşimiyle oluşan şekle üçgen denir.



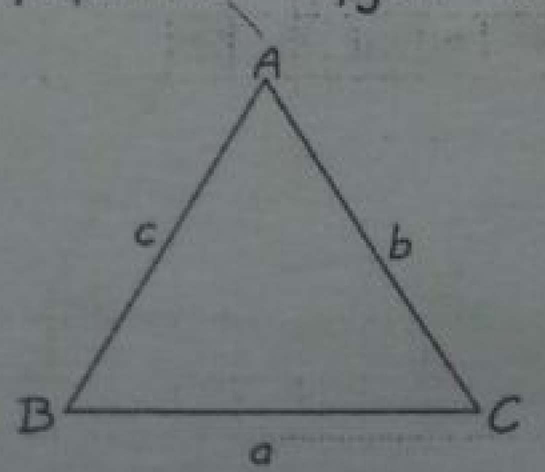
ABC üçgeninde

- A, B ve C noktalarına üçgenin köşeleri denir.
- [AB] , [AC] ve [BC] doğru parçalarına üçgenin kenarları denir.
- $|BC| = a$, $|AC| = b$ ve $|AB| = c$ uzunluklarına üçgenin kenar uzunlukları denir.
- x , y ve z üçgenin iç açılarıdır.
- Bir üçgenin bir köşesini karşı kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçasına kenarortay denir.
- Bir üçgenin bir açısını ortalayan ışının kenar ile köşe arasında kalan doğru parçasına açıortay denir.
- Bir üçgenin bir köşesinden karşı kenara çizilen dikmeye o kenara ait yükseklik denir.

Üçgen Çeşitleri

a. Kenarlarına göre Üçgenler

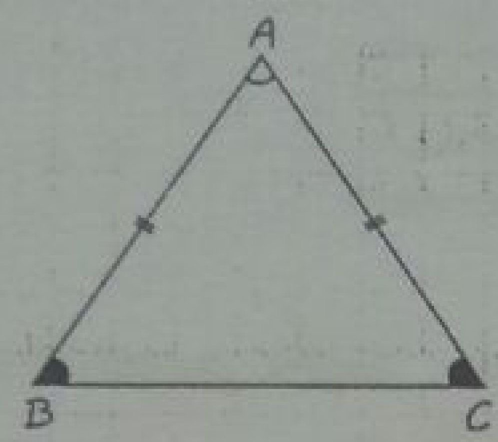
Çeşitkenar Üçgen: Tüm kenar uzunlukları farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir.



$a \neq b \neq c$

$m(\widehat{A}) \neq m(\widehat{B}) \neq m(\widehat{C})$

İkizkenar Üçgen: İki kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgenlere ikizkenar üçgen denir.



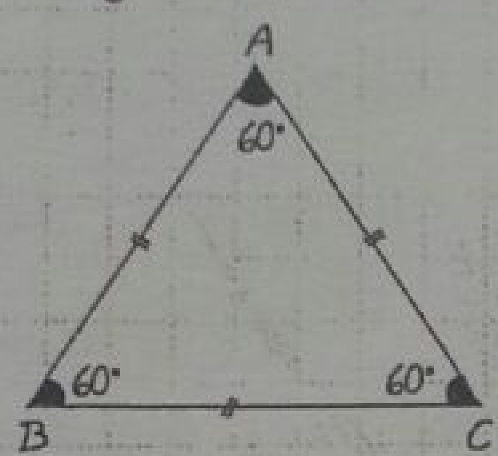
$|AB| = |AC|$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$

الساق
الساق [illegible]
[illegible]

Eşkenar Üçgen: Üç kenarının birbirine eşit olan üçgenlere eşkenar üçgen denir.

الاضلاع

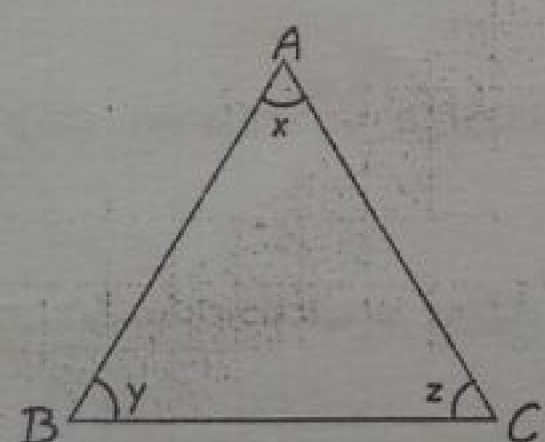


$|AB| = |AC| = |BC|$

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$

b. Açılarına Göre Üçgenler

Dar Açılı Üçgenler: İç açılarının ölçüleri 90° den küçük olan üçgenlere dar açılı üçgenler denir.



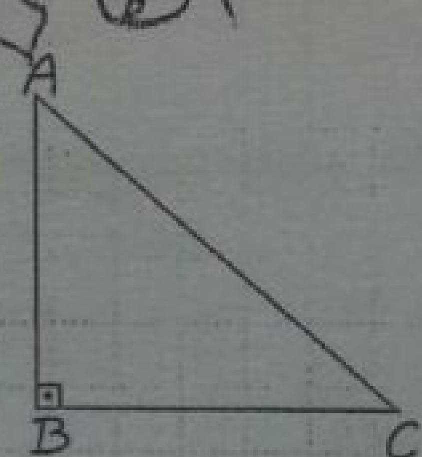
$x < 90°$

$y < 90°$

$z < 90°$

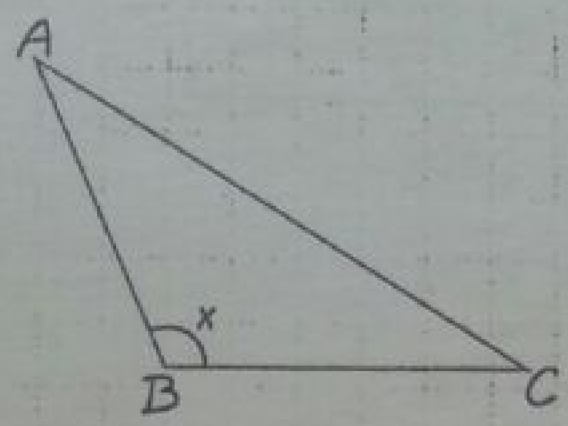
Dik Açılı Üçgenler: Bir açısının ölçüsü 90° olan üçgenlere dik açılı üçgenler denir.

القائم



$[AB] \perp [BC] \longrightarrow m(\widehat{B}) = 90°$

Geniş Açılı Üçgenler: Bir açısının ölçüsü 90° den büyük olan üçgenlere geniş açılı üçgenler denir.

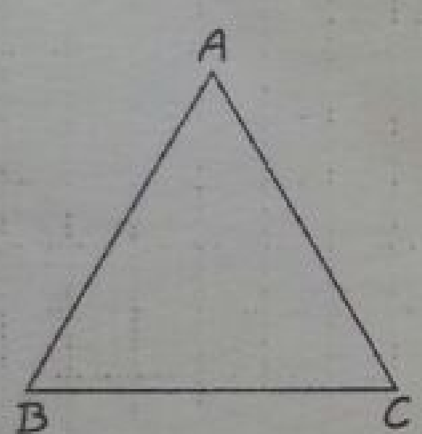


$90° < x < 180°$

المفرجة

Üçgende Genel Özellikler

Üçgenin iç açıları toplamı 180° dir.



$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{A})$

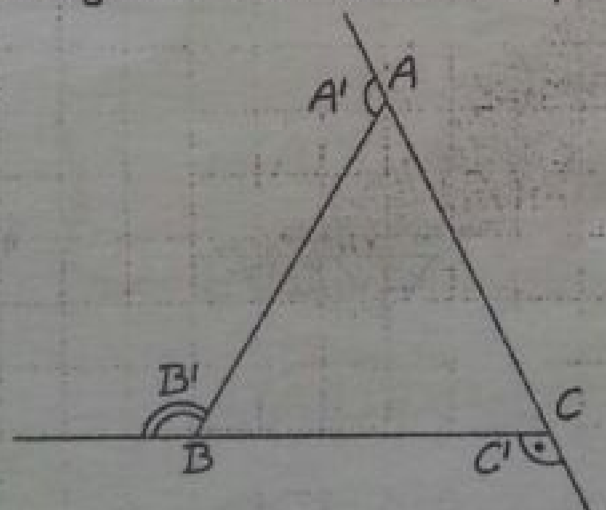
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{B})$

$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{C})$

olmak üzere

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$

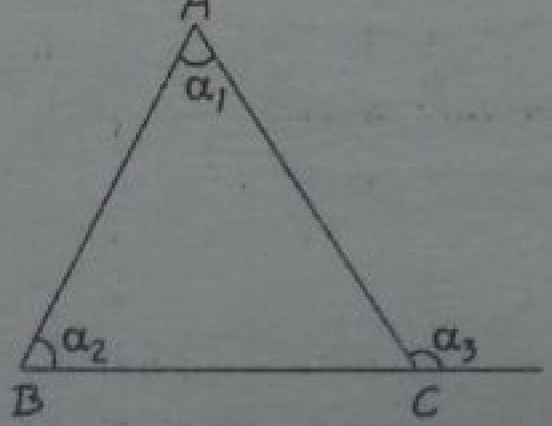
Üçgenin dış açıları toplamı 360° dir.



$m(\widehat{A'}) + m(\widehat{B'}) + m(\widehat{C'}) = 360°$

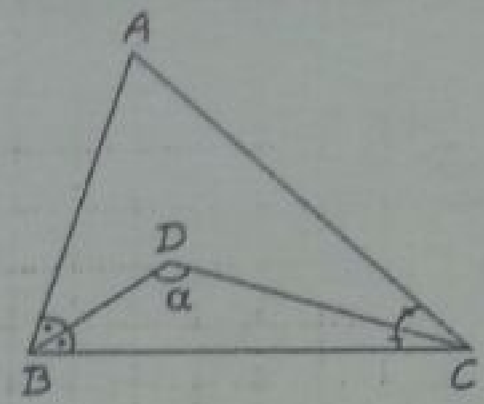
الزاوية الخارجية

Üçgende bir dış açı kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşittir.



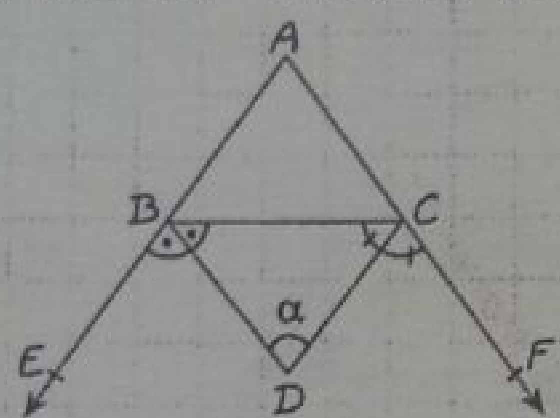
$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2$

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD})$ ve $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB})$ ise

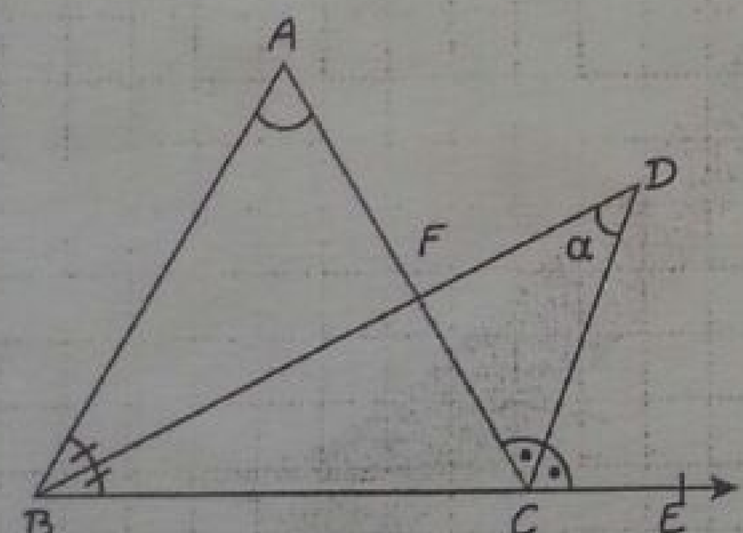


$$\alpha = 90^\circ + \frac{m(\widehat{A})}{2} \text{ olur.}$$

$m(\widehat{CBD}) = m(\widehat{DBE})$ ve $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{DCF})$ ise



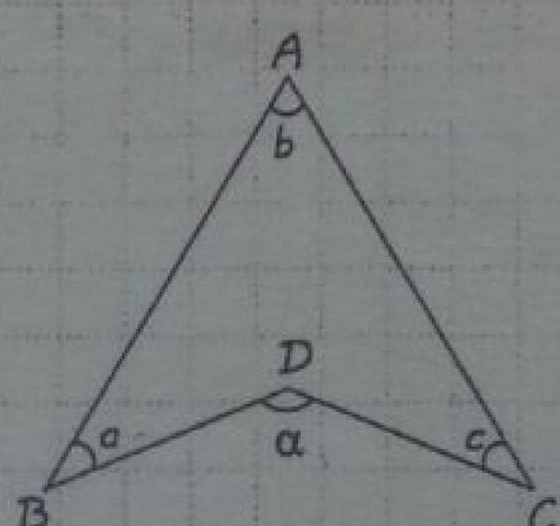
$$\alpha = 90^\circ - \frac{m(\widehat{A})}{2} \text{ olur.}$$



$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{FBC})$ ve

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCE})$ ise

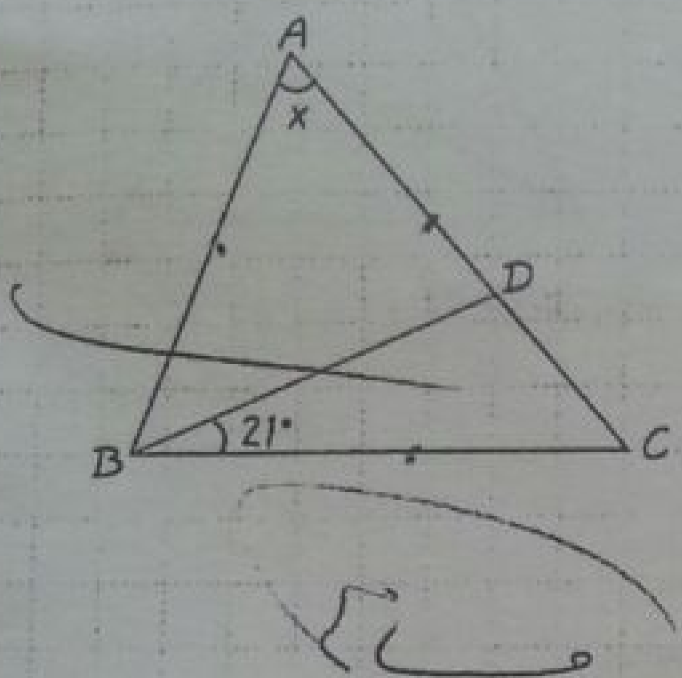
$$\alpha = \frac{m(\widehat{A})}{2} \text{ olur.}$$



$$\alpha = m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) \text{ olur.}$$

Çözümlü Örnekler

ÖRNEK



ABC bir üçgen

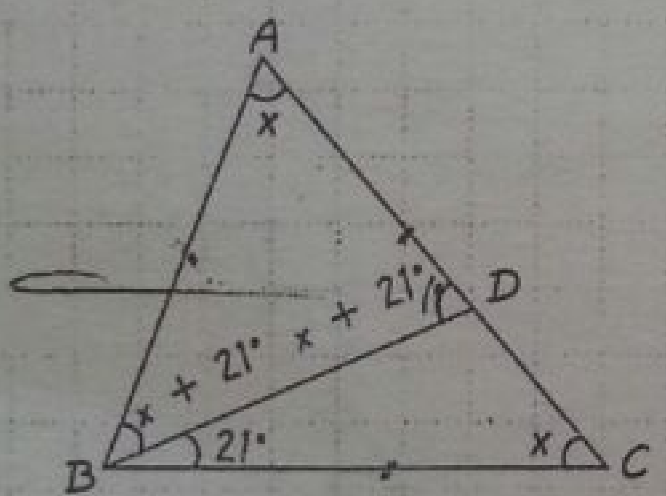
$|AB| = |AD| = |BC|$

$m(\widehat{DBC}) = 21°$

$m(\widehat{BAC}) = x$

olduğuna göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



$|AB| = |BC|$ olduğundan

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BCA}) = x$ olur.

DBC üçgeninde iki iç açının ölçülerinin toplamı üçüncü dış açıyı verdiğinden

$m(\widehat{ADB}) = x + 21°$ olur.

$|AB| = |AD|$ olduğundan

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = x + 21°$ olur.

ABD üçgeninde iç açı ölçüleri toplamından

$$x + x + 21° + x + 21° = 180°$$

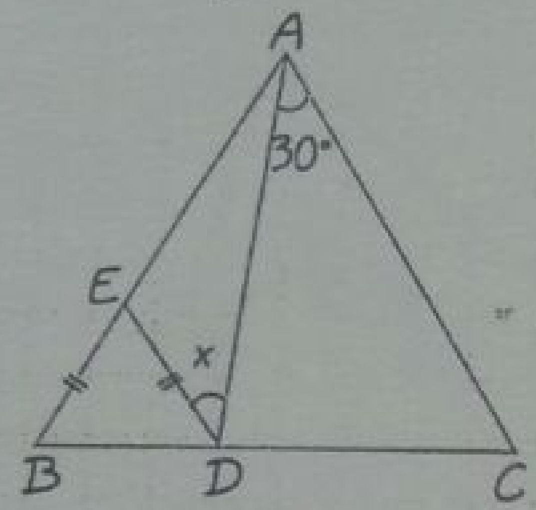
$$3x + 42° = 180°$$

$$3x = 180° - 42°$$

$$3x = 138°$$

$$x = 46°$$

ÖRNEK



ABC üçgeninde

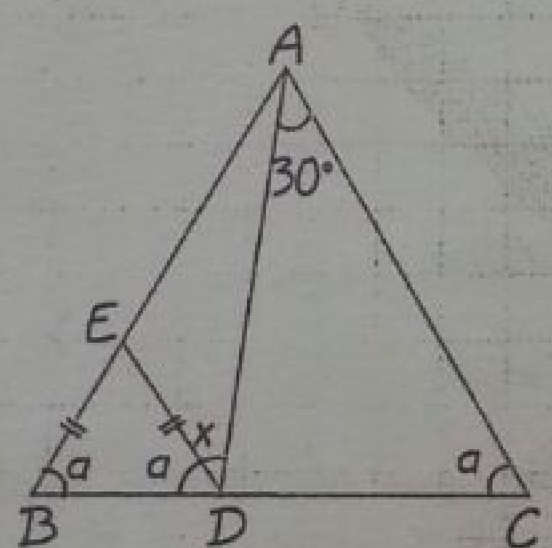
$|AB| = |AC|$ ok

$|EB| = |ED|$

$m(\widehat{DAC}) = 30°$

olduğuna göre, $m(\widehat{ADE}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



ok

$|EB| = |ED|$ olduğundan

$m(\widehat{EBD}) = m(\widehat{BDE}) = a$ olur.

$|AB| = |AC|$ olduğundan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCA}) = a$ olur.

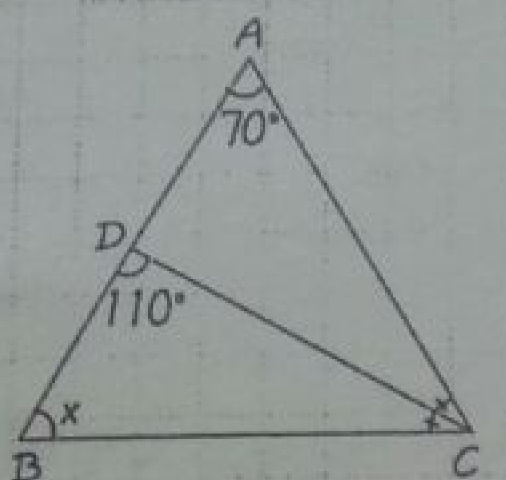
ADC üçgeninde iki iç açının ölçüleri toplamı üçüncü dış açıyı vereceğinden

$$m(\widehat{DAC}) + m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ADB})$$

$$30° + \cancel{a} = x + \cancel{a}$$

$$x = 30°$$

ÖRNEK



ABC üçgeninde

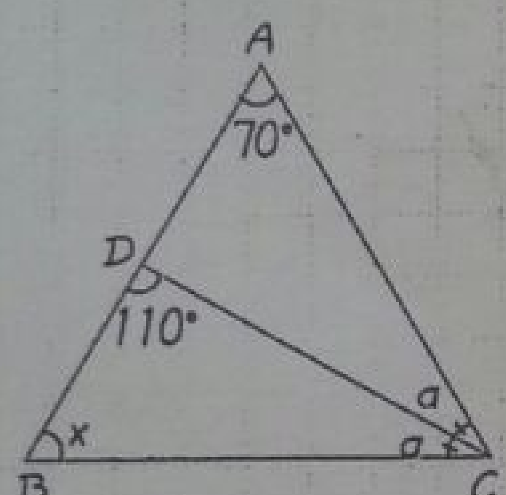
$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB})$

$m(\widehat{BAC}) = 70°$

$m(\widehat{BDC}) = 110°$

olduğuna göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB}) = a$ denirse

$70° + a = 110° \Rightarrow a = \underline{\underline{40°}}$ olur.

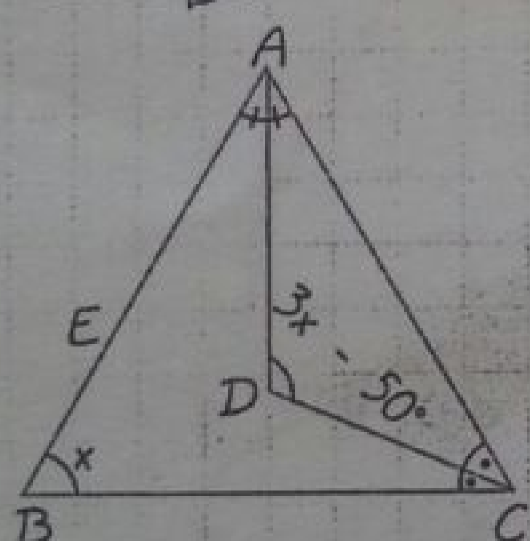
DBC üçgeninde iç açı ölçüleri toplamından

$$x + 110° + \underset{\substack{\Downarrow \\ 40°}}{a} = 180°$$

$$x = 180° - 150° = \underline{\underline{30°}}$$

D K

ÖRNEK



[AD] ve [CD] iç açıortay

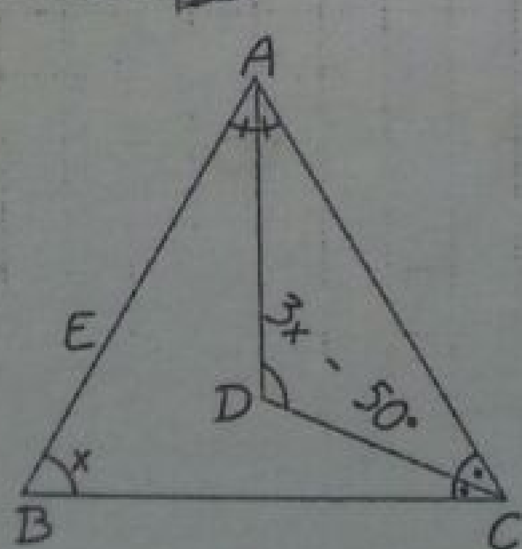
$m(\widehat{ADC}) = 3x - 50°$

$m(\widehat{ABC}) = x$

ABC üçgeninde verilenlere göre, x kaç derecedir?

D/K

Çözüm



[AD] ve [CD] iç açıortay olduğundan

$$3x - 50° = 90° + \frac{x}{2}$$

$$3x - 50° = \frac{180° + x}{2} \qquad \text{(İçler dışları çarpımı)}$$

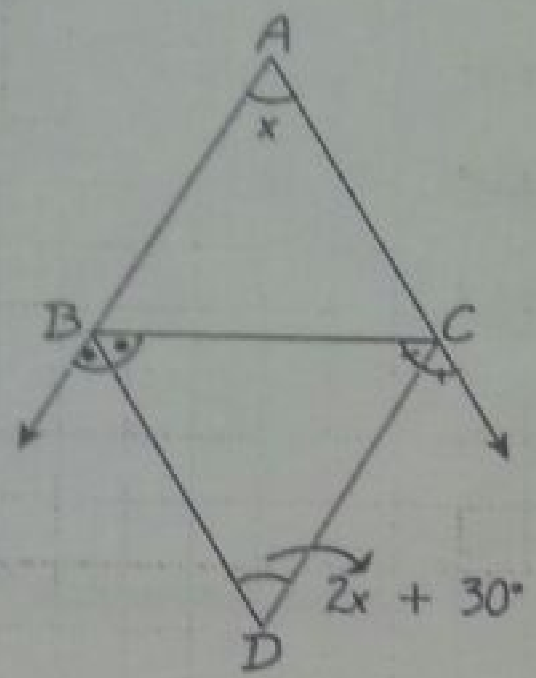
$$6x - 100° = 180° + x$$

$$5x = 280°$$

$$x = \underline{\underline{56°}}$$

18

ÖRNEK



[BD] ve [CD] dış açıortay

$m(\widehat{BDC}) = 2x + 30°$

$m(\widehat{BAC}) = x$

Verilenlere göre, x kaç derecedir?

103

Çözüm

[BD] ve [CD] dış açıortay olduğundan

$$2x + 30° = 90° - \frac{x}{2}$$

$$2x + 30° = \frac{180° - x}{2}$$

$$4x + 60° = 180° - x$$

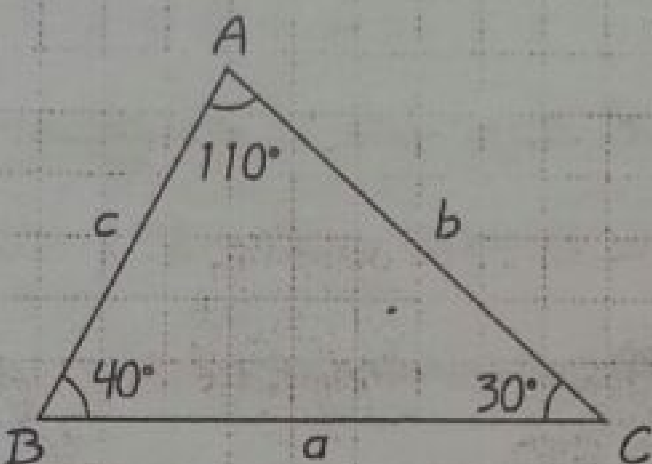
$$5x = 120°$$

$$x = 24°$$

ÜÇGENDE AÇI - KENAR BAĞINTILARI

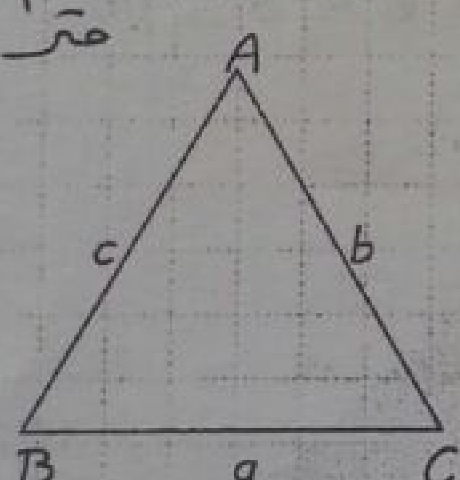
Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0-1 soru" sorulmaktadır.

Bir üçgende büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında küçük kenar bulunur.



$$m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) \Rightarrow a > b > c$$

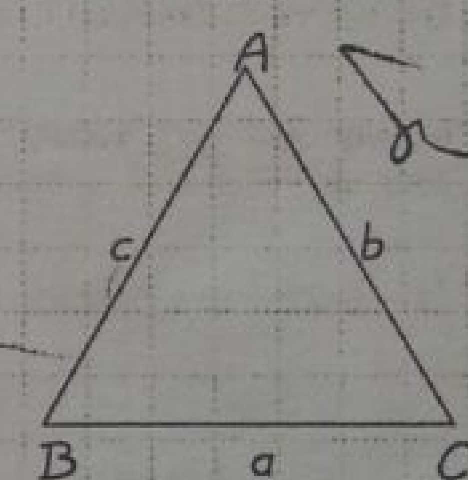
متراجحة المثلث/



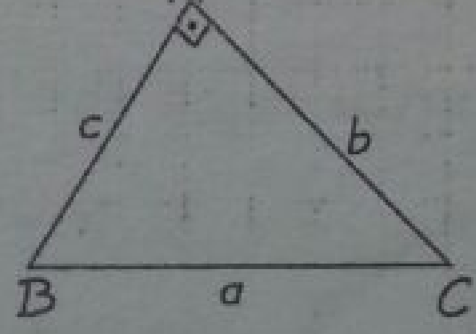
$$|b - c| < a < b + c$$

$$|a - c| < b < a + c$$

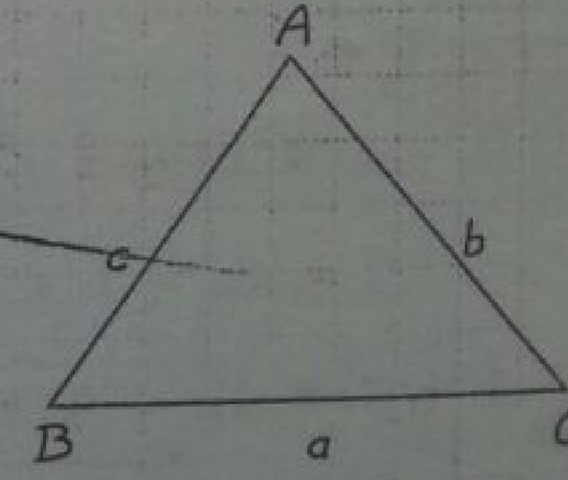
$$|a - b| < c < a + b$$



$$m(\widehat{A}) < 90° \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$$



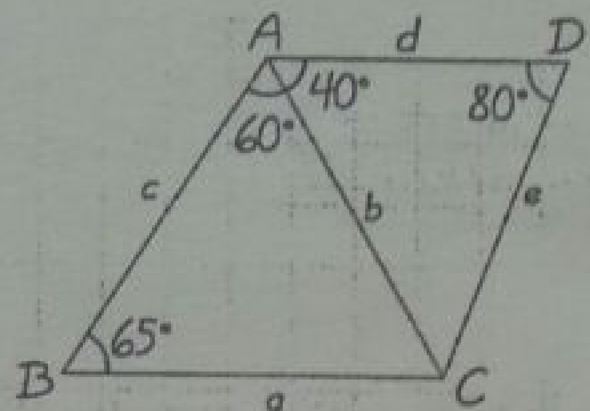
$$m(\widehat{A}) = 90° \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \text{ (Pisagor Teoremi)}$$



$$m(\widehat{A}) > 90° \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$$

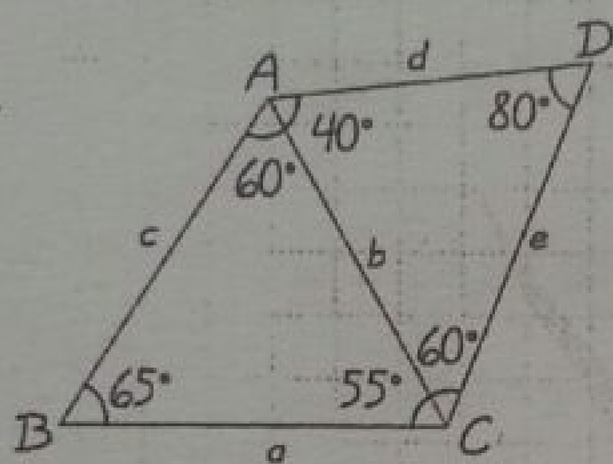
Çözümlü Örnekler

ÖRNEK



Şekilde verilenlere göre, <u>en uzun</u> kenar hangisidir?

Çözüm



ADC üçgeninde iç açı ölçülerinin toplamından

$m(\widehat{ACD}) = 180° - (40° + 80°) = 60°$

ABC üçgeninde iç açı ölçüleri toplamından

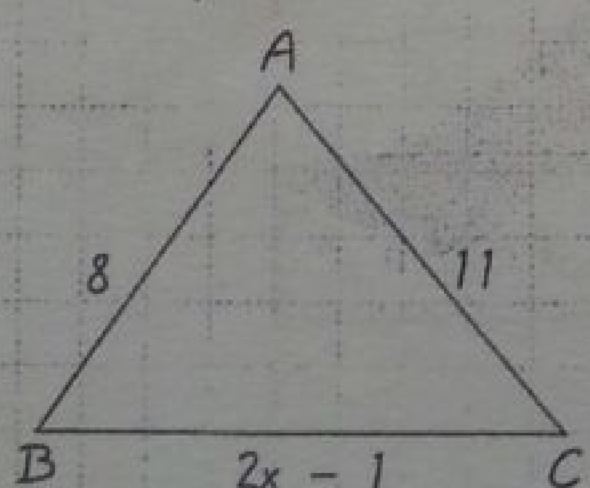
$m(\widehat{ACB}) = 180° - (60° + 65°) = 55°$ olur.

ABC üçgeninde kenar uzunlukları sıralaması $c < a < b$ ... (I)

ACD üçgeninde kenar uzunlukları sıralaması $e < d < b$ ... (II)

olur. Her iki durumda da en uzun kenar $|AC| = b$' dir.

ÖRNEK



ABC üçgeninde verilenlere göre, x'in değer aralığını bulunuz.

OK

Çözüm

$11 - 8 < 2x - 1 < 11 + 8$

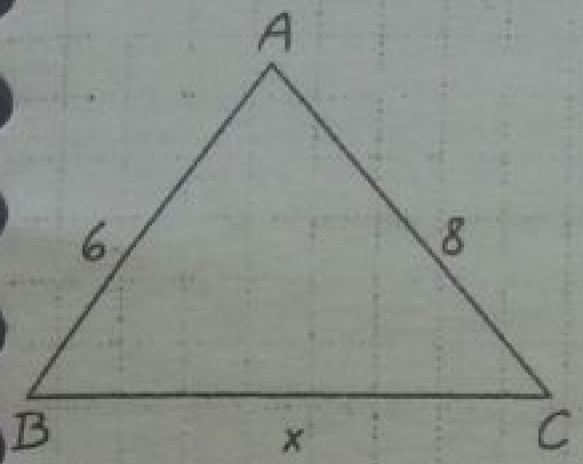
$3 < 2x - 1 < 19$

$3 + 1 < 2x < 19 + 1$

$4 < 2x < 20$

$2 < x < 10$

ÖRNEK



$|AB| = 6$ cm , $|AC| = 8$ cm , $|BC| = x$ cm ve

$m(\widehat{BAC}) > 90°$ olduğuna göre, x'in değer aralığını bulunuz.

Çözüm

$8 - 6 < x < 8 + 6 \Rightarrow 2 < x < 14$ ... (I)

$m(\widehat{BAC}) > 90°$ olduğundan

$x^2 > 6^2 + 8^2$

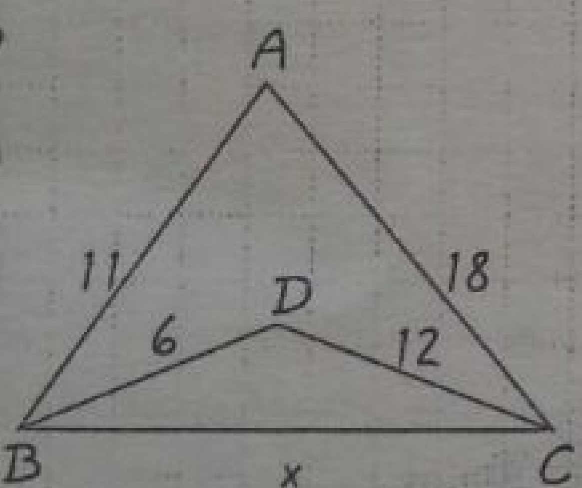
$x^2 > 36 + 64$

$x^2 > 100$

$x > 10$ ... (II)

$\underline{\underline{10 < x < 14}}$

ÖRNEK



ABC üçgeninde $|AB| = 11$ cm , $|BD| = 6$ cm, $|DC| = 12$ cm, $|AC| = 18$ cm ve $|BC| = x$ olduğuna göre, x' in değer aralığını bulunuz.

Çözüm

ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden

$18 - 11 < x < 18 + 11$

$7 < x < 29$ ... (I)

alt sınırlardan büyük olan

DBC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden

$\boxed{7 < x < 18}$

$12 - 6 < x < 12 + 6$

$6 < x < 18$ ... (II)

üst sınırlardan küçük olan

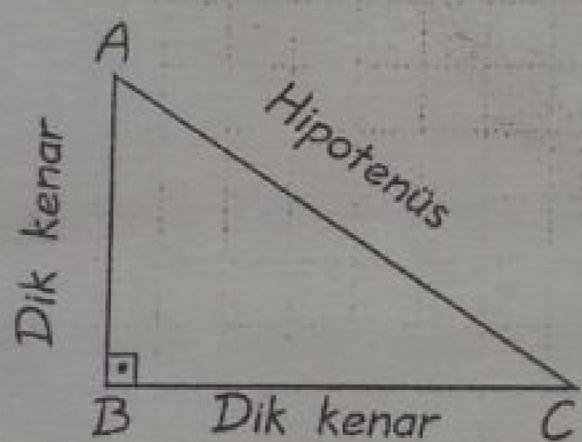
ÖZEL ÜÇGENLER

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "1 soru" sorulmaktadır.

Dik Üçgen

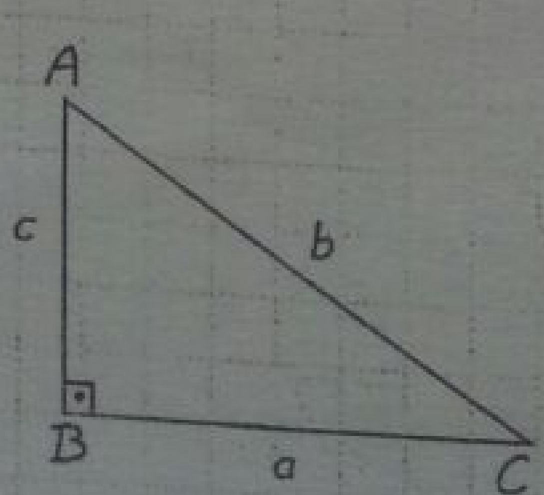
Bir iç açısının ölçüsü 90° olan üçgene dik üçgen denir.

Dik üçgende 90° karşısında bulunan kenara hipotenüs, diğer kenarlara dik kenar denir.



Dik Üçgende Bağıntılar

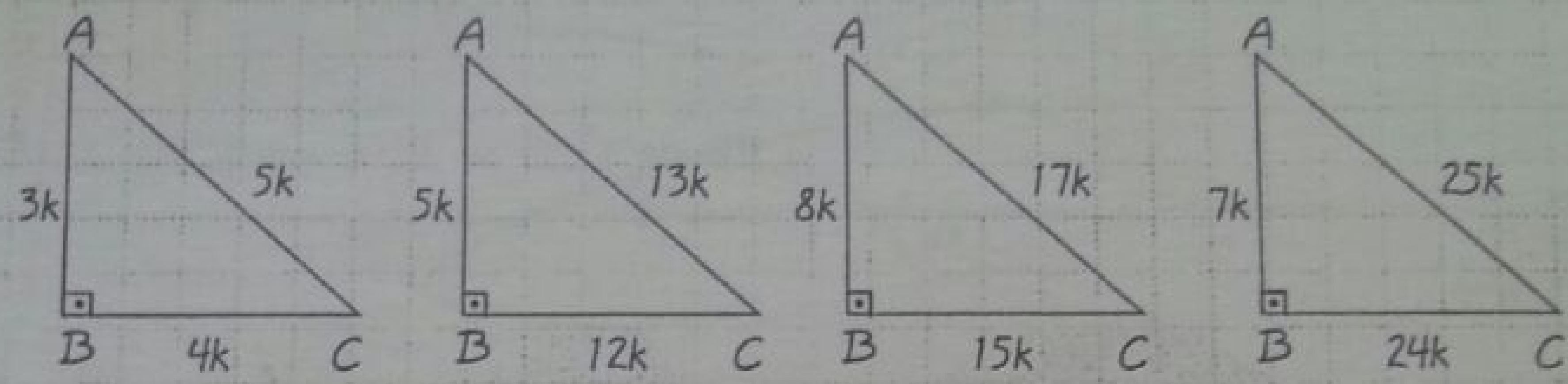
a. Pisagor Bağıntısı



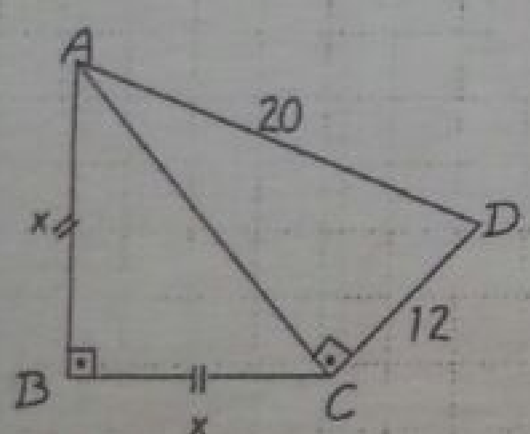
$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2}$$

BURASI ÖNEMLİ

- Kenar uzunlukları 3 – 4 – 5'in katı olan bütün üçgenler dik üçgendir.
- Kenar uzunlukları 5 – 12 – 13'ün katı olan bütün üçgenler dik üçgendir.
- Kenar uzunlukları 8 – 15 – 17'nin katı olan bütün üçgenler dik üçgendir.
- Kenar uzunlukları 7 – 24 – 25'in katı olan bütün üçgenler dik üçgendir.



ÖRNEK



$|AD| = 20$ cm , $|CD| = 12$ cm , $|AB| = |BC| = x$,

$[AB] \perp [BC]$ ve $[AC] \perp [CD]$ olduğuna göre,

$|AB| = x$ kaç cm'dir?

ok

Çözüm

ACD üçgeninde Pisagor teoreminden $\longrightarrow |AC|^2 + 12^2 = 20^2$

$|AC| = 16$

(3k - 4k - 5k)

$\Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow$

12 16 20

ABC üçgeninde Pisagor teoreminden

$$|AB|^2 + |BC|^2 = |AC|^2$$

$$x^2 + x^2 = 16^2$$

$$2x^2 = 256$$

$$x^2 = \frac{256}{2}$$

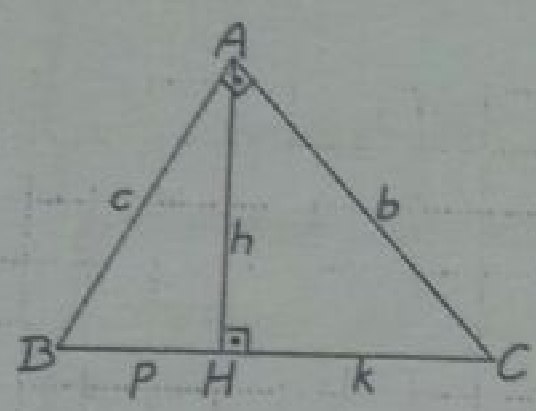
$$\sqrt{x^2} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{16}{\sqrt{2}}_{(\sqrt{2})} = \frac{{}^{8}\cancel{16}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \underline{\underline{8\sqrt{2}}}$$

b. Öklid Bağıntısı

Ters

علاقات فيثاغورس / ١

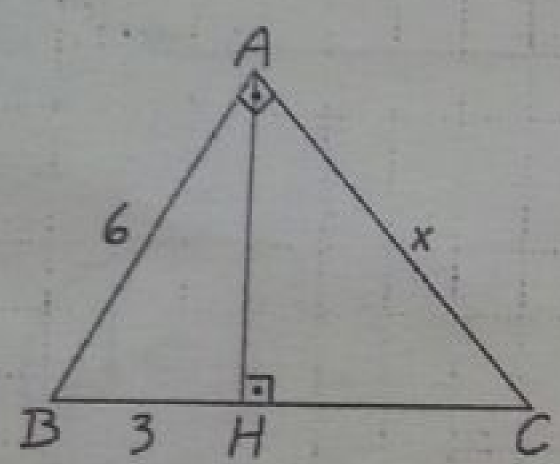


$$\boxed{h^2 = p \cdot k}$$

$$\boxed{c^2 = p \cdot (p + k)}$$

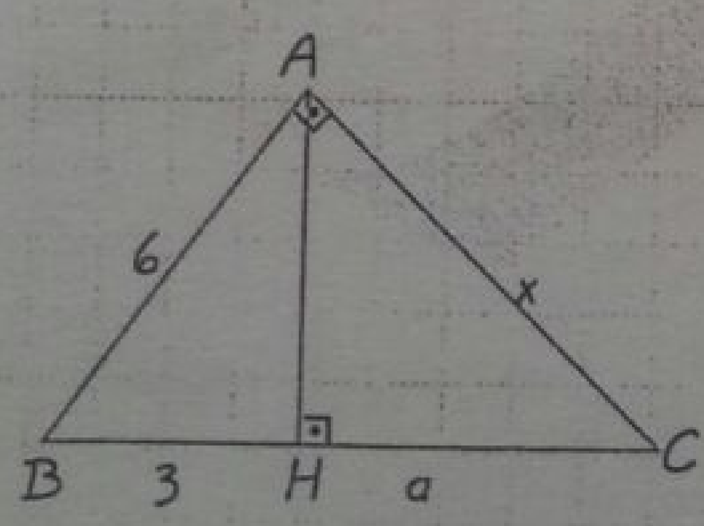
$$\boxed{b^2 = k \cdot (p + k)}$$

ÖRNEK



$|AB| = 6$ cm , $|BH| = 3$ cm , $|AC| = x$, $[AB] \perp [AC]$ ve $[AH] \perp [BC]$ olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



Öklid bağıntısından

$6^2 = 3 \cdot (3 + a)$

$\cancel{36} = \cancel{3} \cdot (3 + a)$

$a = 9$ cm

Öklid bağıntısından

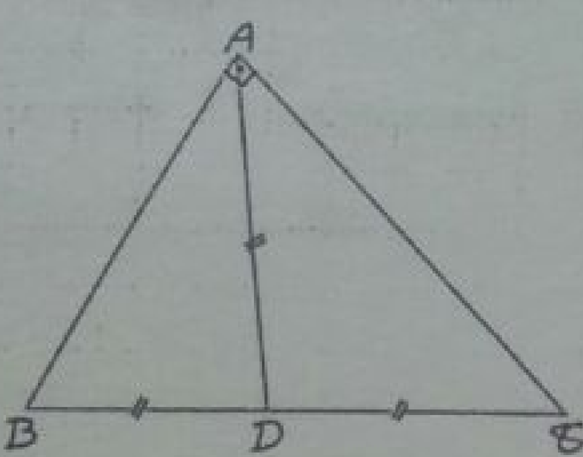
$x^2 = 9 \cdot (9 + 3)$

$x^2 = 9 \cdot 12$

$x = \sqrt{9 \cdot 12}$

$x = \underline{\underline{6\sqrt{3}}}$ cm

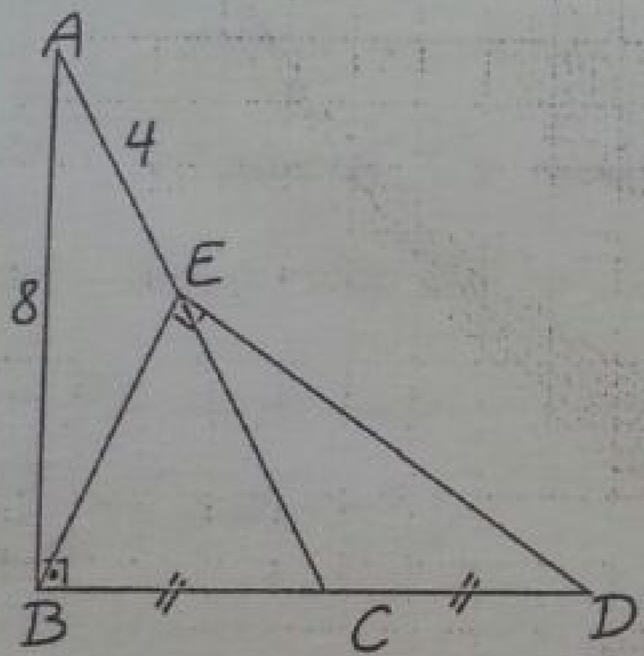
BURASI ÖNEMLİ



Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir. (Muhteşem üçlü)

$[AB] \perp [AC] \Leftrightarrow |AD| = |BD| = |DC|$

ÖRNEK



$[AB] \perp [BD]$

$[BE] \perp [DE]$

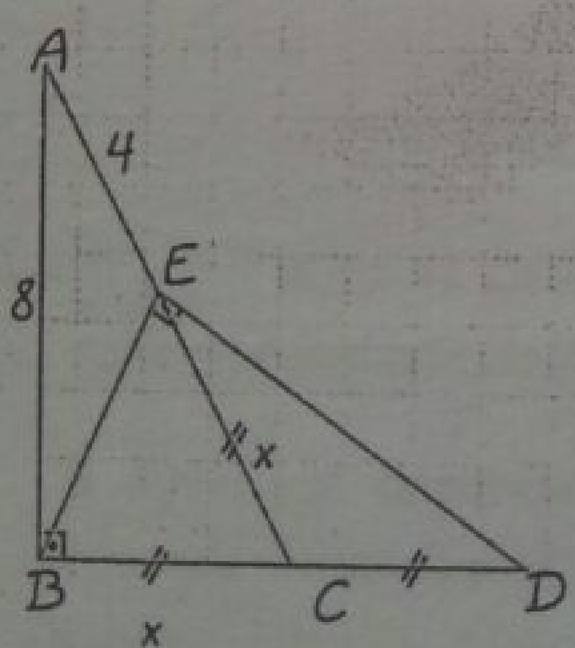
$|BC| = |CD|$

$|AB| = 8cm$

$|AE| = 4cm$

Yukarıda verilenlere göre, $|BD|$ kaç cm'dir?

Çözüm



$m(\widehat{BED}) = 90°$ ve $|BC| = |CD|$ olduğundan

$|EC| = |BC| = |CD| = x$ olur.

ABC üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$8^2 + x^2 = (4 + x)^2$

$64 + \cancel{x^2} = 16 + 8x + \cancel{x^2}$

$48 = 8x$

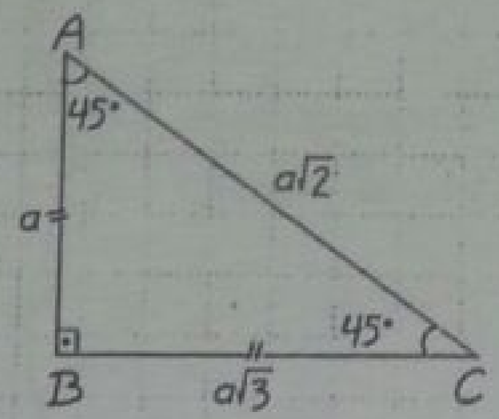
$x = 6$ olur.

Buradan

$|BD| = 2x = 2.6 = 12$ bulunur.

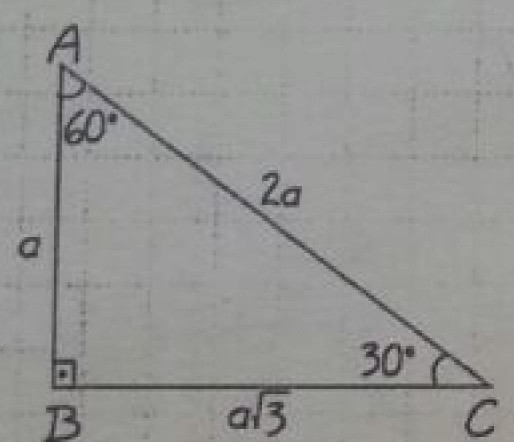
Açılarına Göre Özel Üçgenler

a. $45° - 45° - 90°$ Üçgeni



İkizkenar dik üçgende hipotenüs dik kenarların $\sqrt{2}$ katına eşittir.

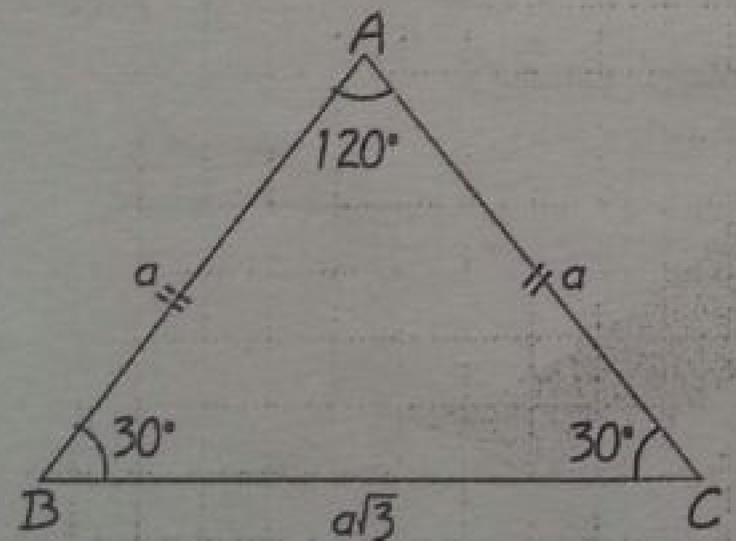
b. $30° - 60° - 90°$ Üçgeni



90°nin karşısı, 30° nin karşısının 2 katı;

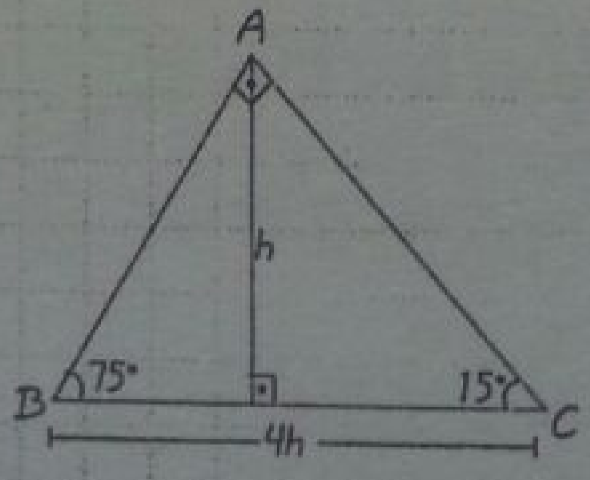
60° karşısı, 30° karşısının $\sqrt{3}$ katıdır.

c. $30° - 30° - 120°$ Üçgeni



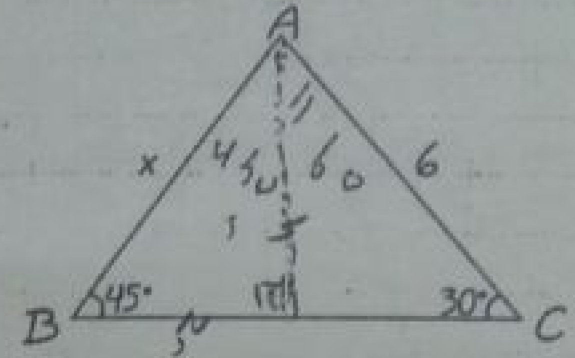
120° nin karşısındaki kenar, 30° nin karşısındaki kenarların $\sqrt{3}$ katına eşittir.

d. $15° - 75° - 90°$ Üçgeni



Hipotenüsün uzunluğu hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun 4 katına eşittir.

ÖRNEK



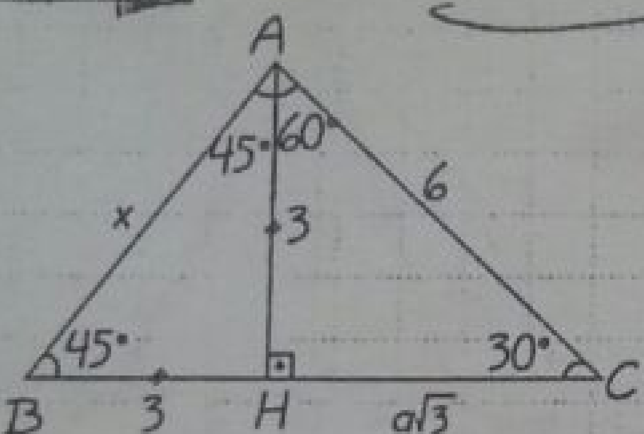
ABC üçgeninde

$m(\widehat{ABC}) = 45°$, $m(\widehat{ACB}) = 30°$, $|AC| = 6$ cm ve $|AB| = x$

olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm'dir?

Ok

Çözüm



$[AH] \perp [BC]$ çizilirse

$m(\widehat{HAC}) = 60°$ ve $m(\widehat{BAH}) = 45°$ olur.

$|AC| = 6$ cm olduğundan $30° - 60° - 90°$ üçgeninden $|AH| = \frac{6}{2} = 3$ cm olur.

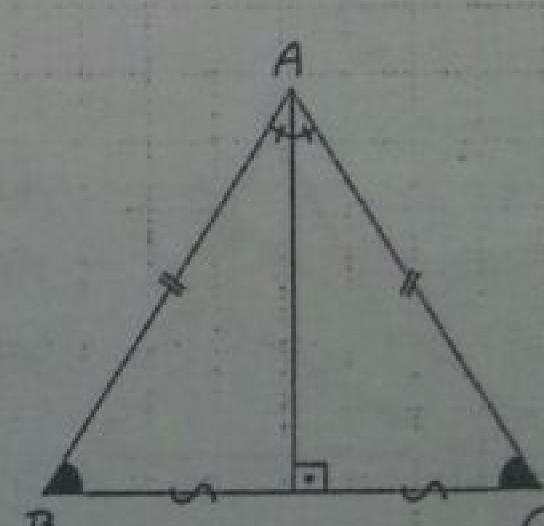
$45° - 45° - 90°$ üçgeninden

$|AB| = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

İkizkenar Üçgen

Herhangi iki kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir.

BURASI ÖNEMLİ

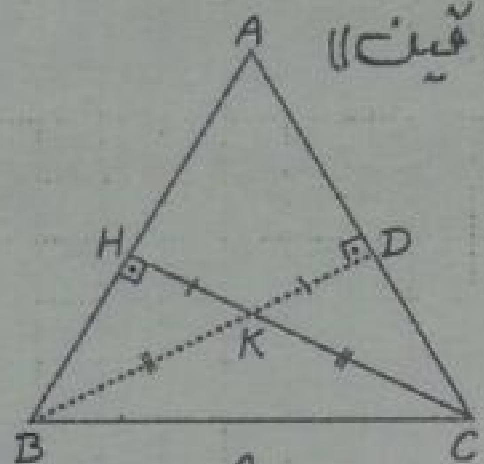


İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay ve tepe noktasına ait açıortaydır.

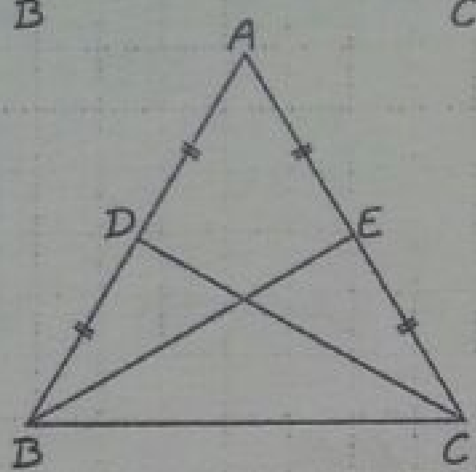
Bu üç özellikten (açıortay – yükseklik – kenarortay) ikisi sağlanırsa üçüncü özellik de sağlanır ve üçgenin ikizkenar olduğu kabul edilir.

İkizkenar Üçgende Özel Durumlar :

١، المثلث متساوي الساقين

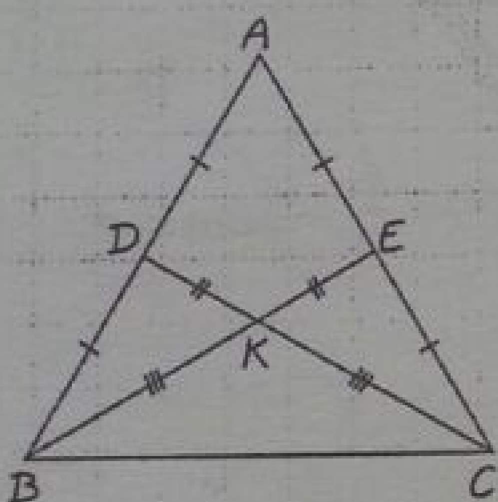


Şekilde $|AB| = |AC| \Leftrightarrow |BK| = |KC|$ ve $|HK| = |KD|$ dir.

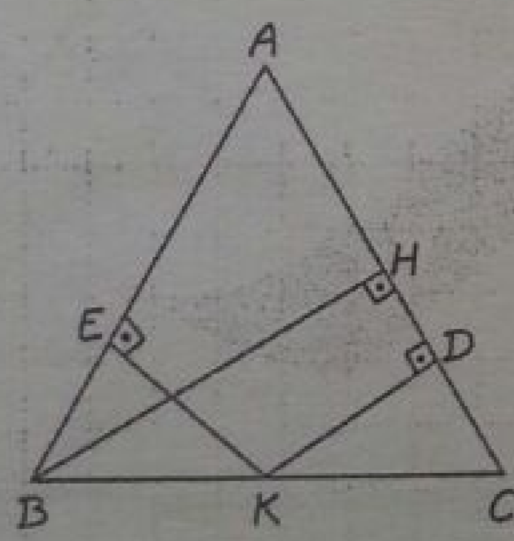


İkizkenar üçgende eşit kenarlara ait kenarortaylar eşittir.

$|AB| = |AC| \Leftrightarrow |BE| = |CD|$ dir.

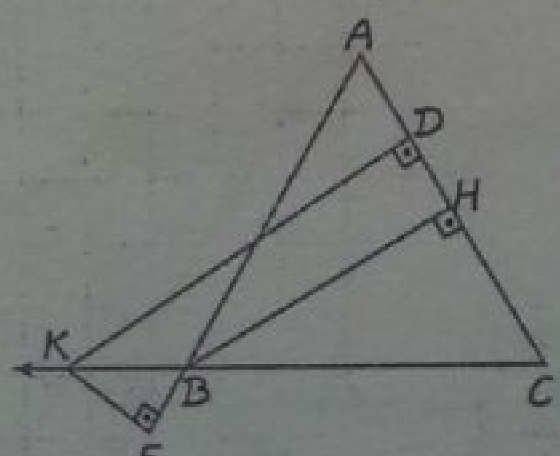


Şekilde $|AB| = |AC| \Leftrightarrow |BK| = |KC|$ ve $|DK| = |KE|$ dir.



İkizkenar üçgende tabandan alınan bir noktadan eşit kenar lara çizilen dikmeler toplamı, eşit kenara çizilen yüksekliğe eşittir.

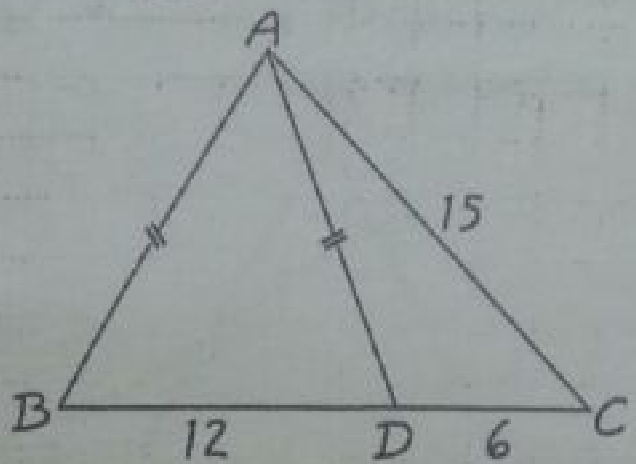
$|AB| = |AC| \Rightarrow |BH| = |EK| + |KD|$ dir.



İkizkenar üçgende tabanın uzantısından alınan bir noktadan eşit kenarlara çizilen dikmelerin farkının mutlak değeri yüksekliğe eşittir.

$|AB| = |AC| \Leftrightarrow |BH| = ||KD| - |KE||$ dir.

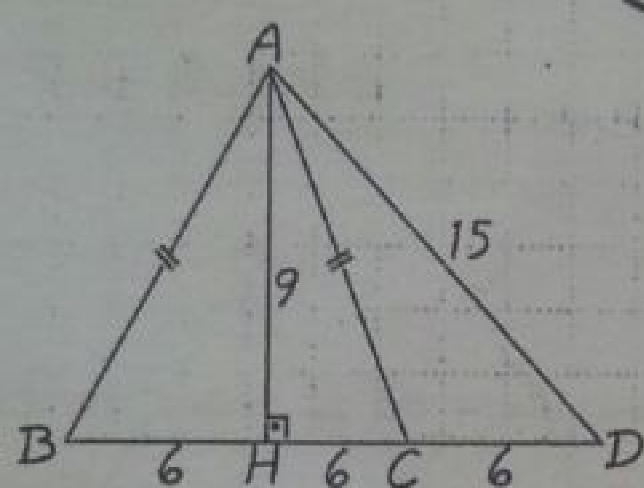
ÖRNEK



ABC üçgeninde $|AB| = |AD|$, $|BD| = 12$ cm, $|DC| = 6$ cm ve $|AC| = 15$ cm olduğuna göre, $|AB|$ kaç cm'dir?

Çözüm

ok



$[AH] \perp [BC]$ çizilirse $|AB| = |AC|$ olduğundan $|BH| = |HC| = 6$ cm olur.

AHD üçgeninde Pisagor Teoremi uygulanırsa 9 – 12 – 15 üçgeninden $|AH| = 9$ cm olur.

ABH üçgeninde Pisagor Teoremi uygulanırsa

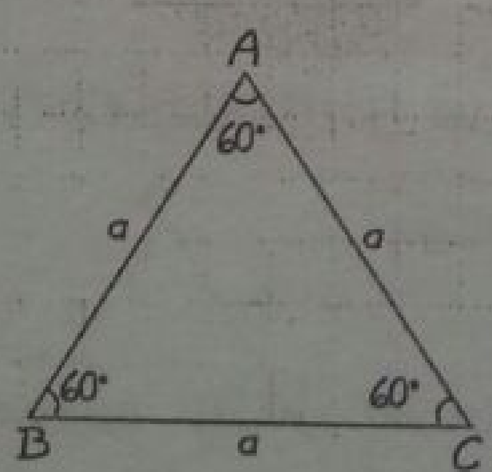
$$|AB|^2 = 6^2 + 9^2$$

$$|AB|^2 = 36 + 81$$

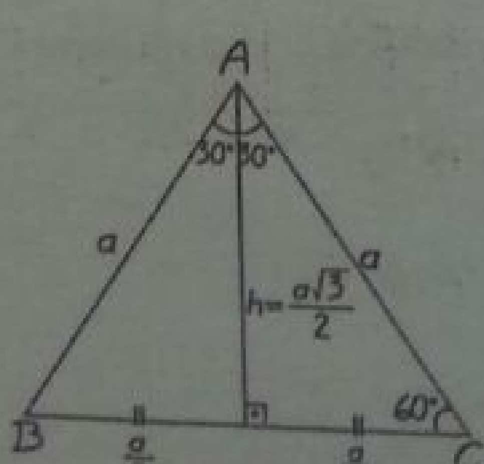
$$|AB|^2 = 117$$

$$|AB| = 3\sqrt{13} \text{ cm bulunur.}$$

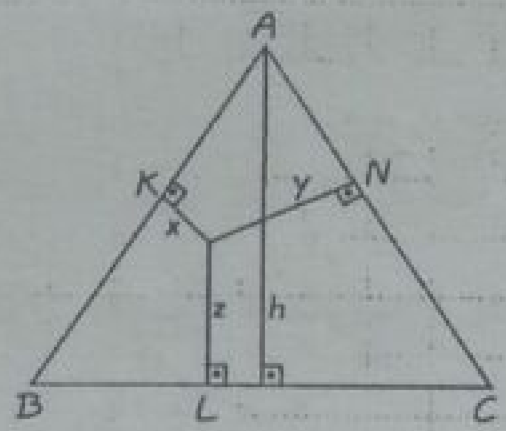
Eşkenar Üçgen



Kenarları ve açıları eşit olan üçgene eşkenar üçgen denir.

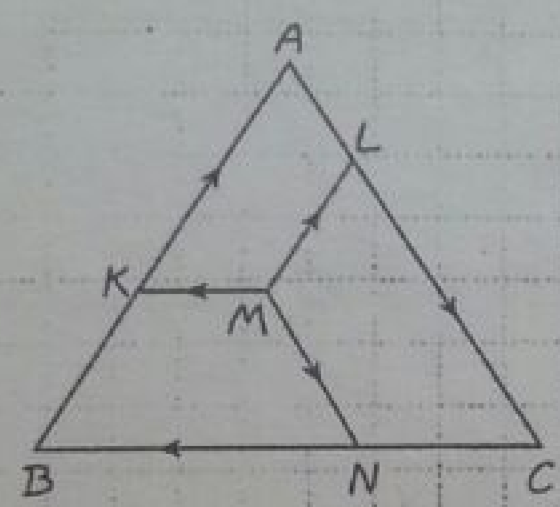


Eşkenar üçgende yükseklik, açıortay ve kenarortay birbirine eşittir.



Eşkenar üçgende üçgen içerisinde alınan bir noktadan kenarlara çizilen dikme parçaları yüksekliğe eşittir.

$$\boxed{h = x + y + z}$$

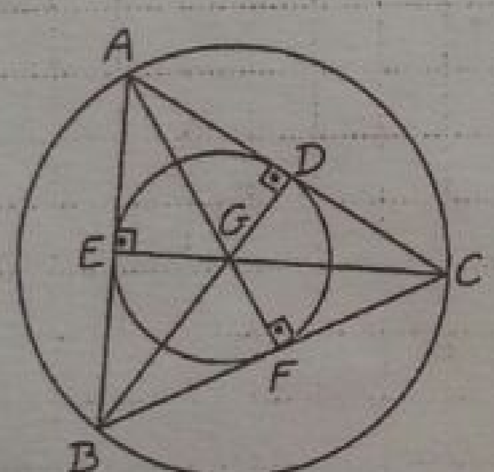


Eşkenar üçgende üçgen içerisinde alınan bir noktadan kenarlara çizilen paralleller toplamı kenara eşittir.

$|AB| = |AC| = |BC| = a$ ise

$a = |KM| + |MN| + |ML|$ dir.

Eşkenar üçgende G ağırlık merkezi hem çevrel çemberin hem de iç teğet çemberin merkezidir.



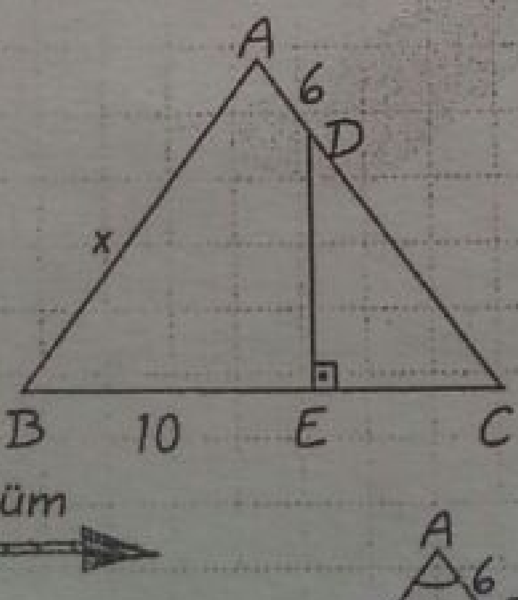
R = Çevrel çemberin yarıçapı

r = İç teğet çemberin yarıçapı

h = Yükseklik olmak üzere

$r = \frac{h}{3}$, $R = \frac{2}{3}h$ $R = 2r$ dir.

ÖRNEK

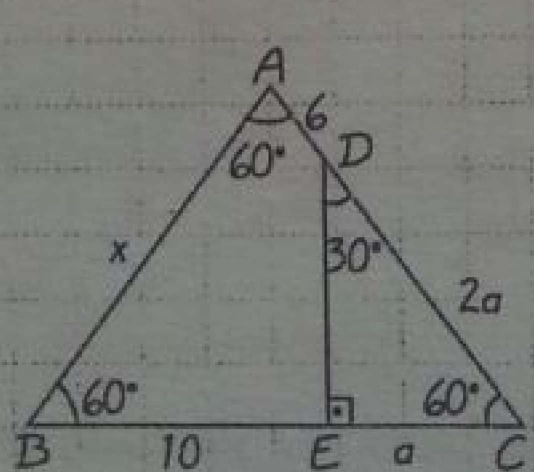


ABC üçgeni eşkenar üçgendir.

$|AD| = 6$ cm , $|BE| = 10$ cm ve $[BC] \perp [DE]$

olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



$|EC| = a$ denirse $30° - 60° - 90°$ üçgeninden

$|DC| = 2a$ olur. $|AC| = |BC|$ olduğundan

$$6 + 2a = 10 + a$$

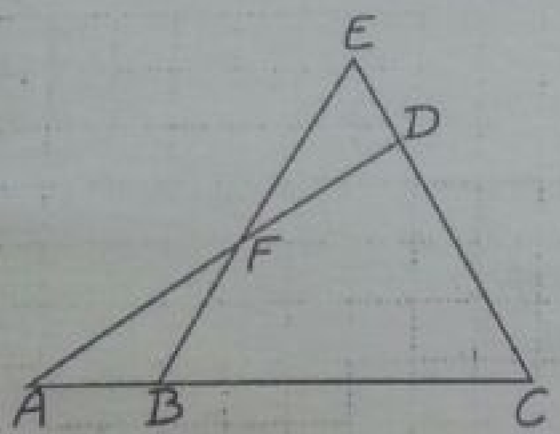
$$2a - a = 10 - 6$$

$$a = 4 \text{ cm olur.}$$

Dolayısıyla $|AB| = x = 10 + 4 = 14$ cm bulunur.

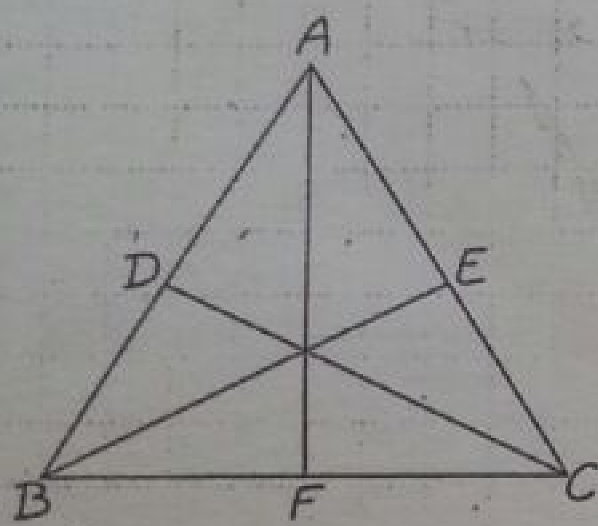
Üçgende Bazı Özel Bağıntılar :

a. Menalaus Bağıntısı



$$\frac{|AB|}{|AC|}\cdot\frac{|CD|}{|DE|}\cdot\frac{|EF|}{|FB|}=1$$

b. Seva Bağıntısı

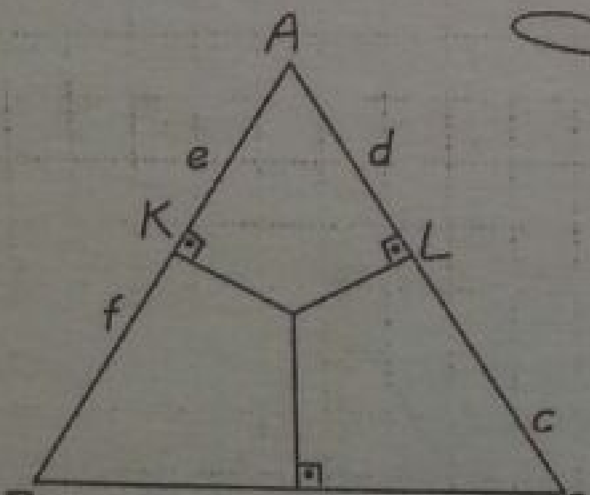


$$\frac{|BF|}{|FC|}\cdot\frac{|EC|}{|AE|}\cdot\frac{|AD|}{|DB|}=1$$

ok

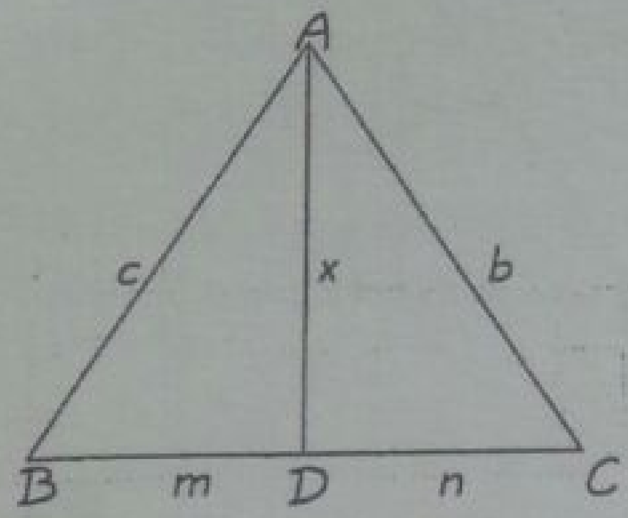
c. Carnot Bağıntısı

ok



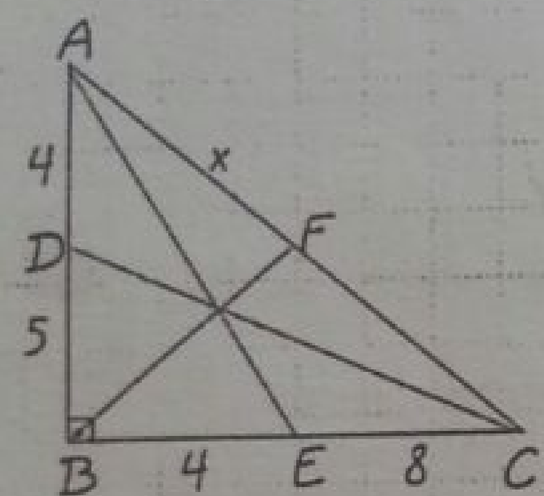
$$a^2+c^2+e^2=b^2+d^2+f^2$$

d. Stewart Bağıntısı



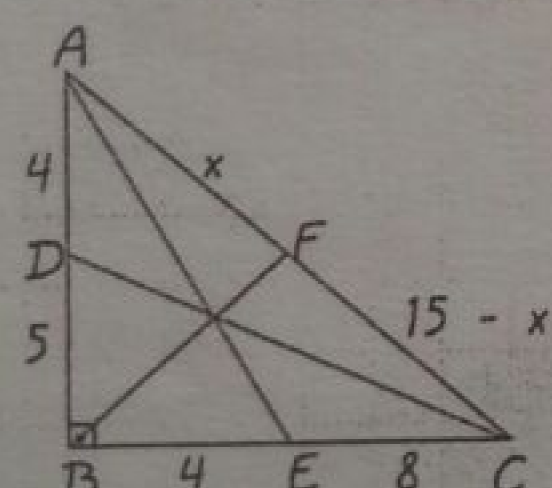
$$x^2 = \frac{b^2.m + c^2.n}{m+n} - mn$$

ÖRNEK



Şekilde verilenlere göre, $|AF| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



ABC dik üçgeninde

Pisagor bağıntısı uygulanırsa 9 – 12 – 15

üçgeninden $|AC| = 15$ olur.

Bu durumda

$|FC| = 15 - x$ olur.

Seva bağıntısından

$$\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{8}_{1}} \cdot \frac{15-x}{x} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{5} = 1$$

$$\frac{30-2x}{5x} = 1$$

$$30 - 2x = 5x$$

$$30 = 7x$$

$$x = \frac{30}{7} \text{ cm}$$

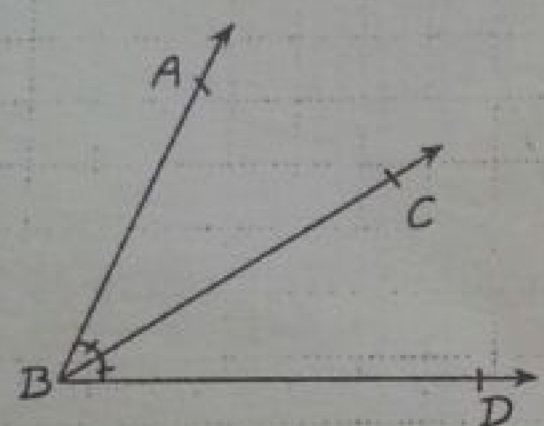
AÇIORTAY - KENARORTAY BAĞINTILARI

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0-1 soru" sorulmaktadır.

Açıortay

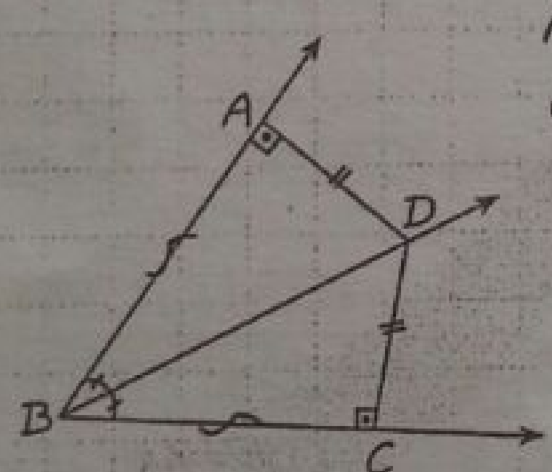
Herhangi bir açıyı iki eş açıya bölen ışına açıortay denir.

Şekilde [AC , ABD açısının açıortayıdır.



BURASI ÖNEMLİ

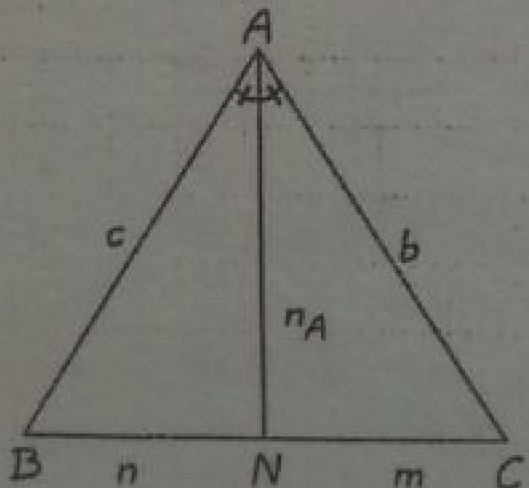
Açıortay doğrusu üzerindeki herhangi bir noktadan (D) açının kenarlarına çizilen dik uzunluklar birbirine eşittir.



$|AD| = |DC|$

$|AB| = |BC|$

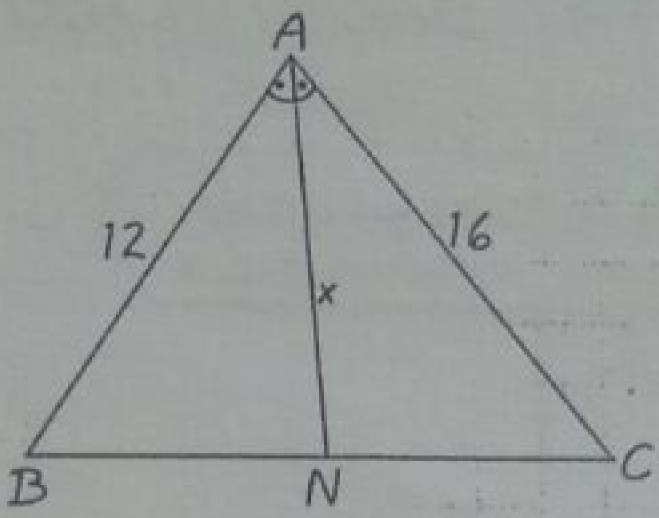
a. İç Açıortay Bağıntıları



$\boxed{\frac{c}{n} = \frac{b}{m}}$ veya $\boxed{\frac{c}{b} = \frac{n}{m}}$

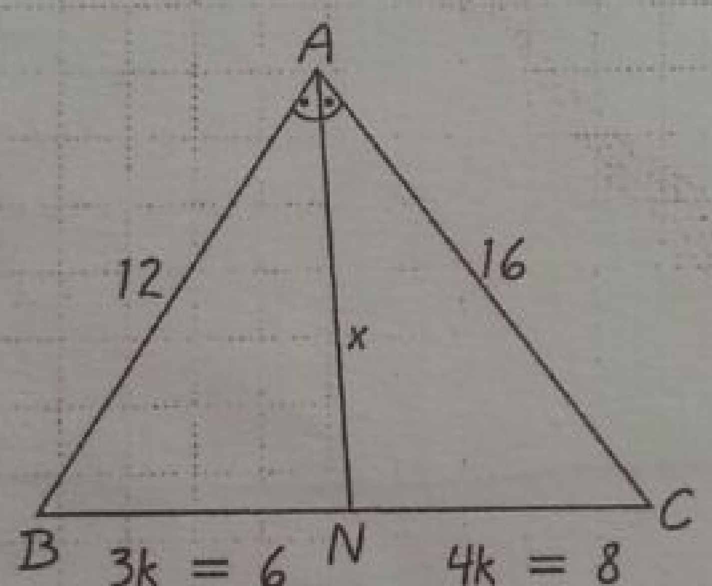
$\boxed{n_A = \sqrt{b.c - n.m}}$

ÖRNEK



$|AB| = 12$ cm , $|AC| = 16$ cm,
$|BC| = 14$ cm ve $[AN]$ açıortay olduğuna göre, $|AN| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



$[AN]$ açıortay olduğundan

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BN|}{|NC|}$$

$$\frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{16}_{4}} = \frac{|BN}{|NC|}$$

$|BN| = 3k . |NC| = 4k$ olur.

$|BC| = 14 = 7k \Rightarrow k = 2$

$3k = 6$

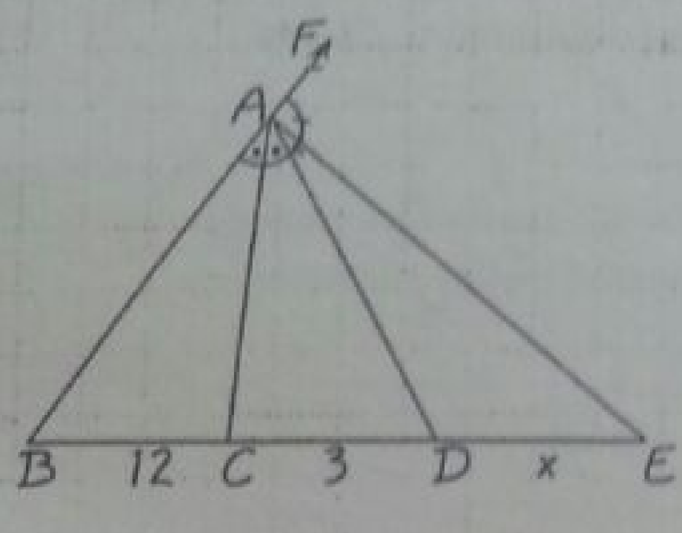
$4k = 8$ olur.

$$|AN| = x = \sqrt{12.16 - 6.8}$$

$$= \sqrt{192 - 48}$$

$$= \sqrt{144}$$

ÖRNEK



[AC] iç açıortay,

[AE] dış açıortay

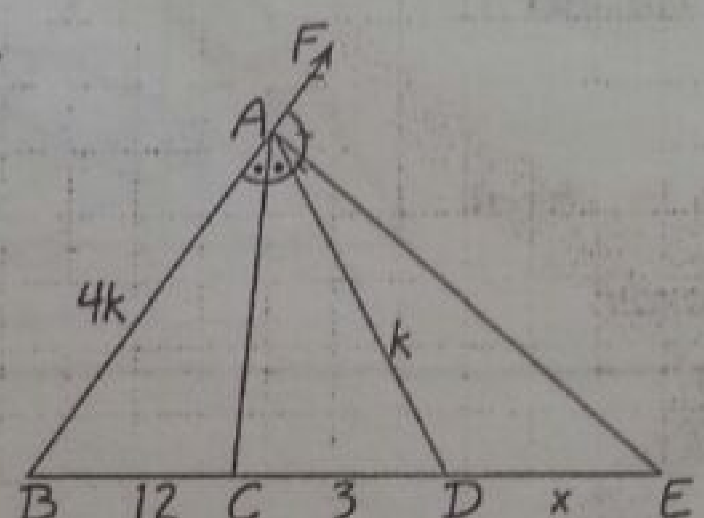
$|BC| = 12$ cm

$|CD| = 3$ cm ve

$|DE| = x$

olduğuna göre, $|DE| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CAD})$ olduğundan

$$\frac{|BC|}{|CD|} = \frac{|AB|}{|AD|} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{3}_{1}}$$

$|AB| = 4k$, $|AD| = k$ olur.

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAF})$ olduğundan

$$\frac{|DE|}{|DA|} = \frac{|BE|}{|BA|}$$

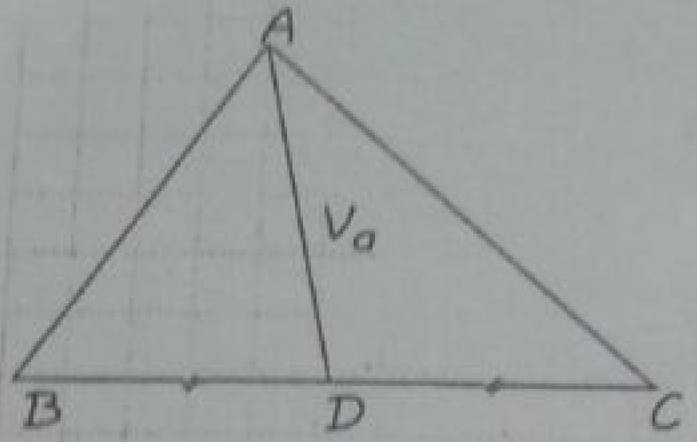
$$\frac{x}{k} = \frac{x+15}{4k}$$

$4x = x + 15$

$3x = 15$

$x = \underline{5}$ bulunur.

Kenarortay



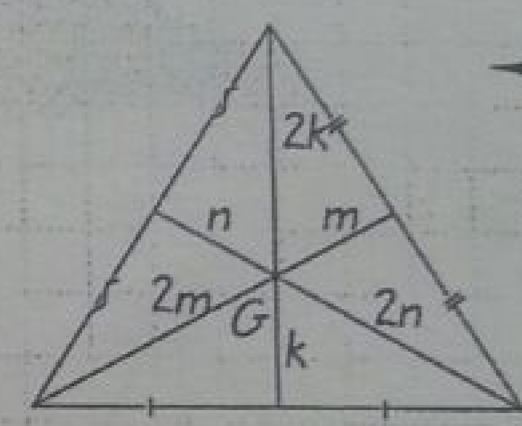
Bir üçgende, bir kenarın orta noktasını karşı köşeye birleştiren doğru parçasına üçgenin kenarortayı denir.

$$|AD| = V_a$$

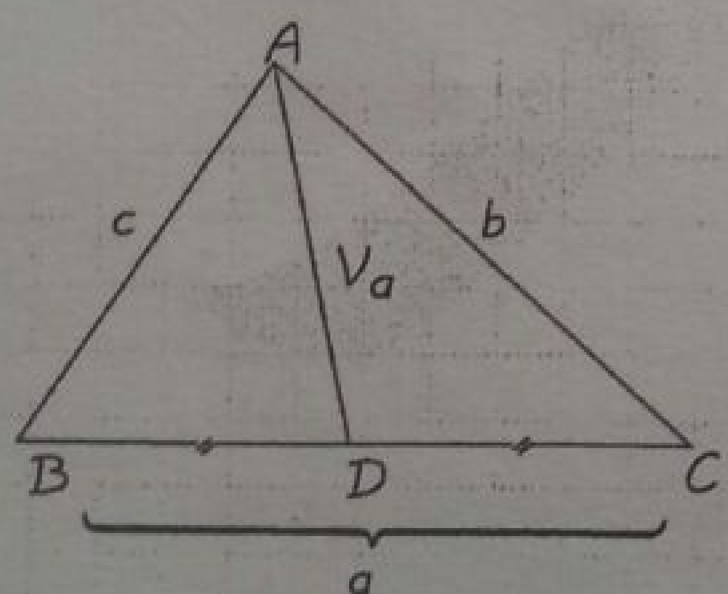
BURASI ÖNEMLİ

Bir üçgenin üç kenarortayının kesiştiği noktaya üçgenin ağırlık merkezi denir. Ağırlık merkezi G harfi ile gösterilir.

Ağırlık merkezinin tabana olan uzaklığı ile tepe noktasına olan uzaklığı arasında $\frac{1}{2}$ oranı vardır.



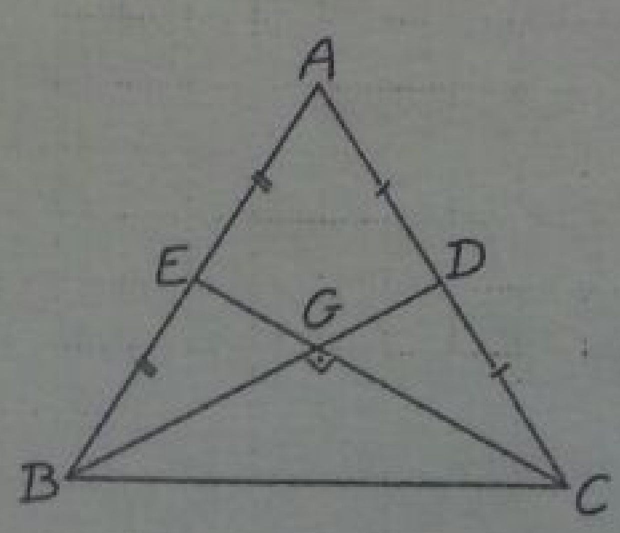
Kenarortay Bağıntıları



$$V_a^2 = \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

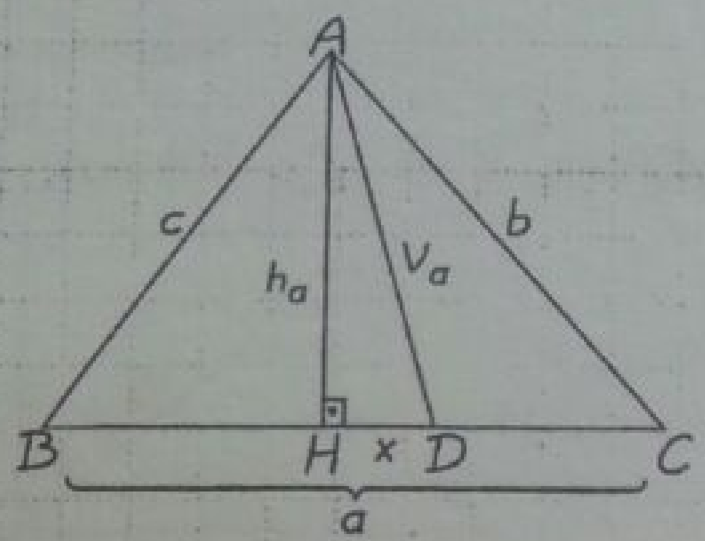
$$V_b^2 = \frac{c^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$

$$V_c^2 = \frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

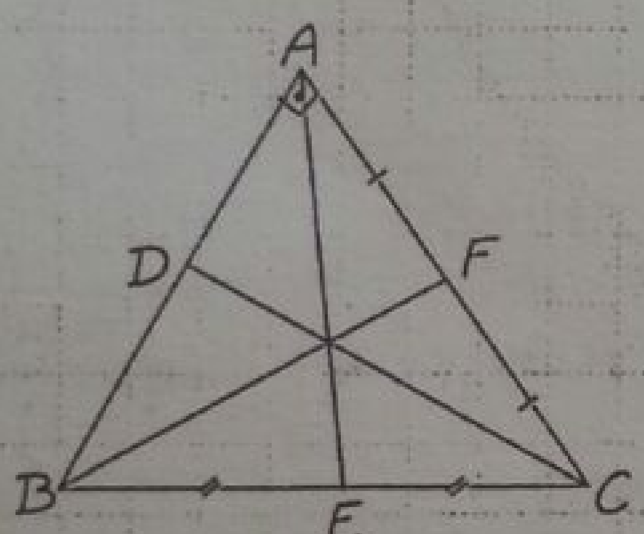


$[BD] \perp [CE]$, $|BD| = V_b$ $|CE| = V_c$ ise

$$V_b^2 + V_c^2 = V_a^2$$



$$x = \frac{|b^2 - c^2|}{2a}$$

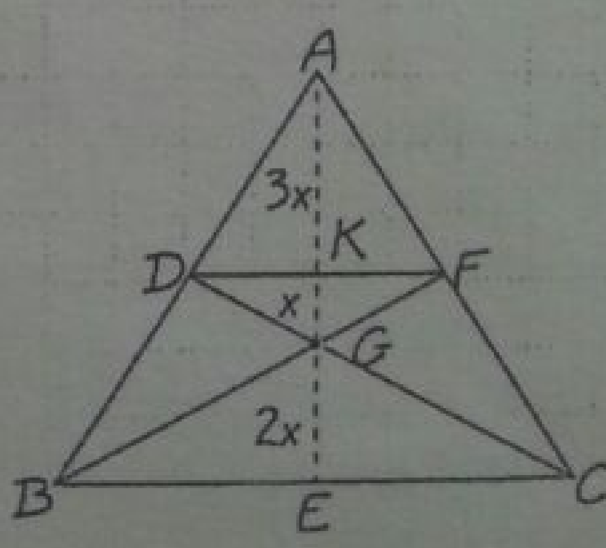


$[AB] \perp [AC]$ ise

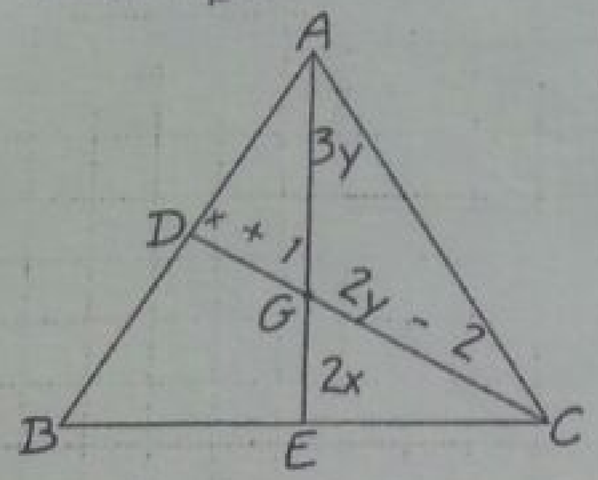
$5V_a^2 = V_b^2 + V_c^2$ dir.

BURASI ÖNEMLİ

Ağırlık merkezi ile orta tabanın kenarortay üzerinde ayırdığı uzunluklar, köşeden başlayarak 3 , 1 , 2 sayıları ile doğru orantılıdır.



ÖRNEK



G, ağırlık merkezi olduğuna göre, x ve y'yi bulunuz.

Çözüm

G ağırlık merkezi olduğundan

$2.(x+1) = 2y - 2$

$2x + 2 = 2y - 2$

$\boxed{4 = 2y - 2x}$

$2 \cdot 2x = 3y$

$4x = 3y$

$\boxed{4x = 3y}$

$2 / 4 = 2y - 2x$

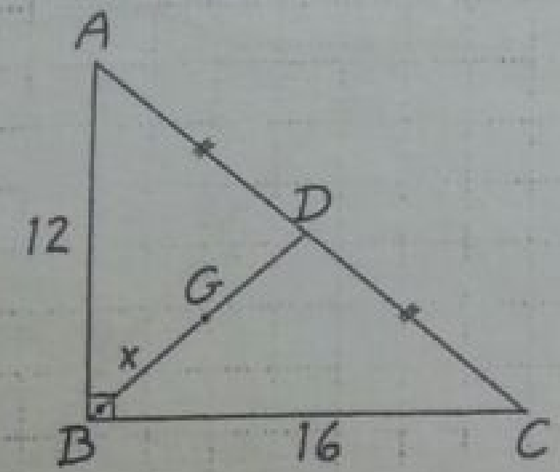
$8 = 4y - 4x$

$8 = 4y - 3y$

$\boxed{8 = y} \Rightarrow \cancel{4}x = 3.\cancel{8}^2$

$\boxed{x = 6}$

ÖRNEK



ABC üçgeninde

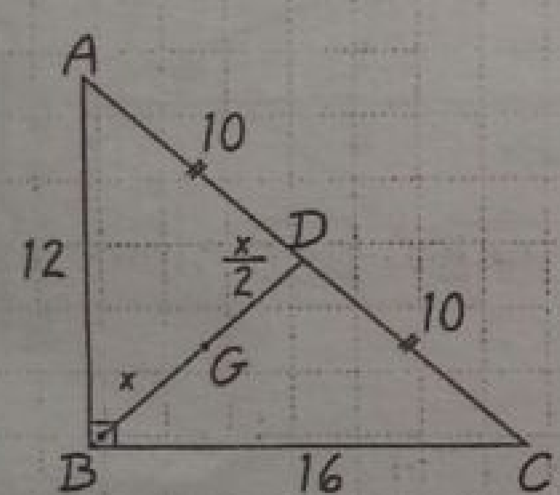
[AB] ⊥ [BC],

$|AB| = 12$ cm

$|BC| = 16$ cm,

G noktası ağırlık merkezi olduğuna göre, $|BG| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



ABC üçgeninde Pisagor bağıntısı kullanılırsa

12 – 16 – 20 üçgeninden $|AC| = 20$ cm olur.

[AB] ⊥ [BC] olduğundan $|AD| = |DC| = |BD| = 10$ cm olur.

G noktası ağırlık merkezi olduğundan

$|BG| = x$ ise $|GD| = \frac{x}{2}$ olur.

Buradan

$$x + \frac{x}{2} = 10$$

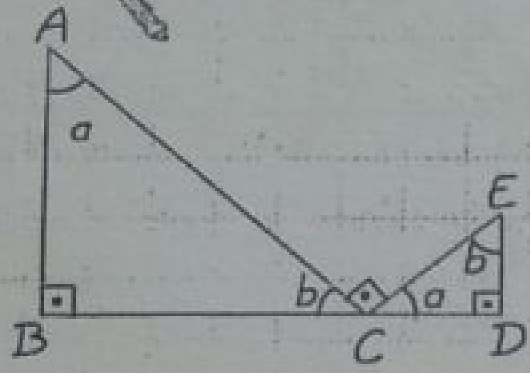
$$\frac{2x + x}{2} = 10$$

$$3x = 20$$

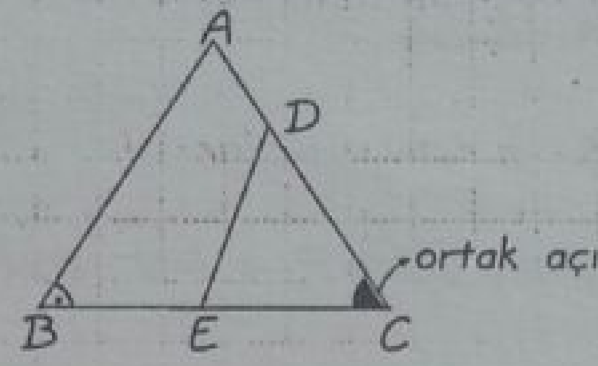
$$x = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

BURASI ÖNEMLİ

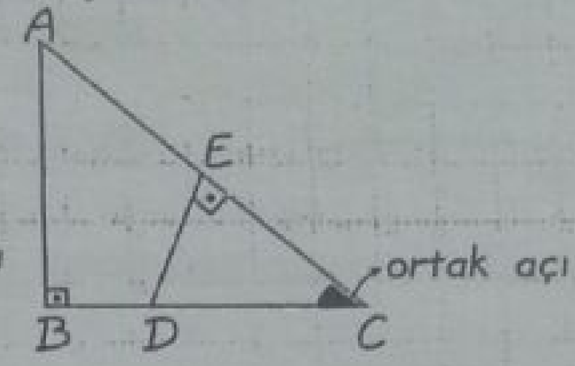
Bazı önemli A . A . A benzerlik şekilleri şunlardır:



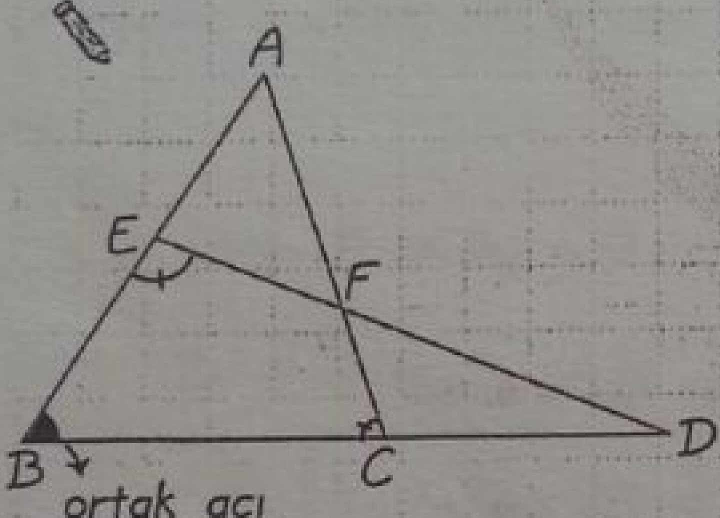
$\widehat{ABC} \sim \widehat{CDE}$



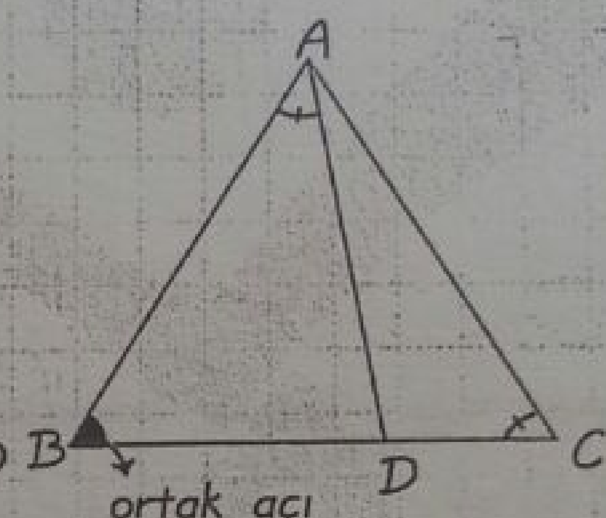
$\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC}$



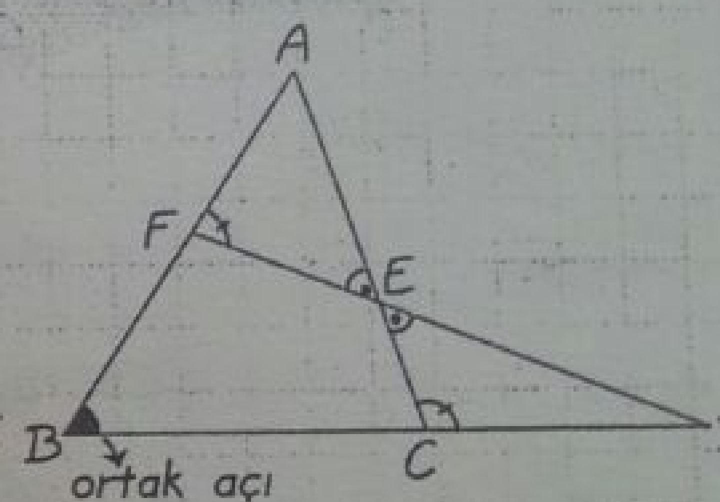
$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEC}$



$\widehat{ABC} \sim \widehat{DBE}$

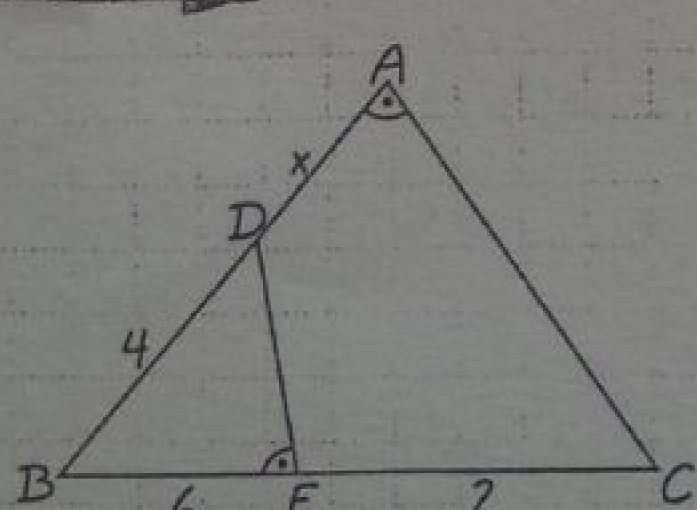


$\widehat{ABD} \sim \widehat{CBA}$



$\widehat{AFE} \sim \widehat{DCE}$

ÖRNEK



ABC üçgen

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BED})$

$|BD| = 4$ cm

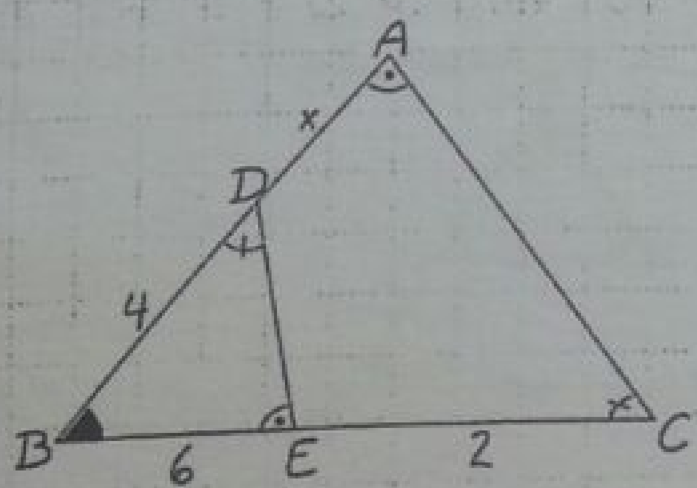
$|BE| = 6$ cm

$|EC| = 2$ cm

$|AD| = x$ cm

Yukarıda verilenlere göre, $|AD| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BED})$ ve $m(\widehat{B})$ ortak açı olduğundan

$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{ACB})$ olur.

Buradan

$\widehat{ABC} \sim \widehat{EBD}$ olur.

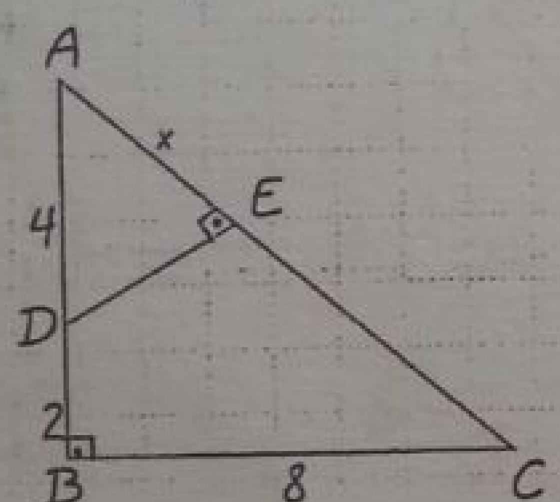
Dolayısıyla $\dfrac{x+4}{6} = \dfrac{6+2}{4}$

$$\frac{x+4}{6} = \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{4}_{1}}$$

$$x+4 = 12$$

$$x = 8$$

ÖRNEK

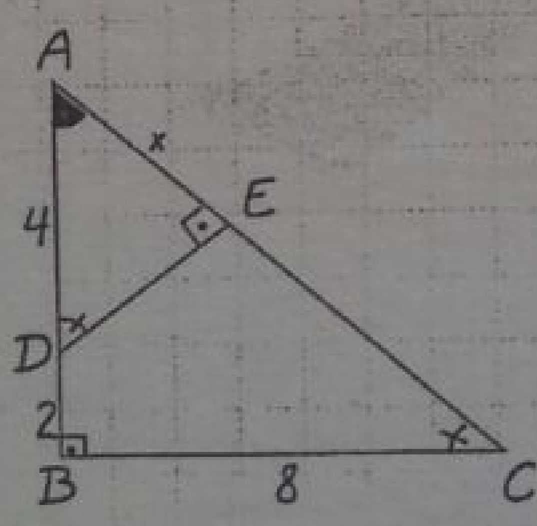


$[AB] \perp [BC]$, $[DE] \perp [AC]$, $|AD| = 4$ cm

$|DB| = 2$ cm , $|BC| = 8$ cm ve $|AE| = x$

olduğuna göre, $|AE| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısı uygulanırsa

6 – 8 – 10 üçgeninden $|AC| = 10$ cm olur.

$m(\widehat{DEA}) = m(\widehat{ABC})$ ve $m(\widehat{A})$ ortak olduğundan

Buradan

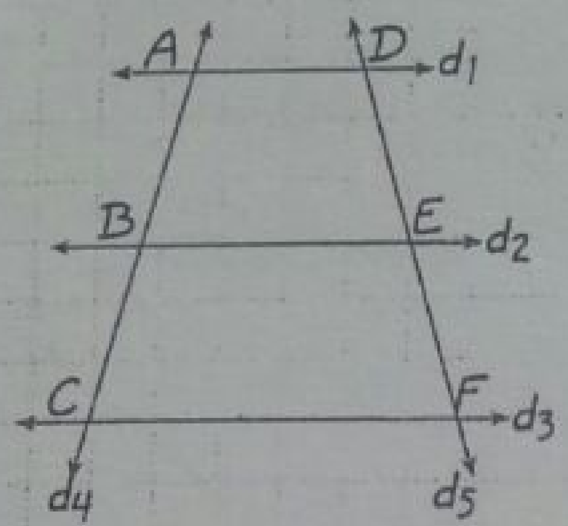
$\widehat{ABC} \sim \widehat{AED}$ olur.

Dolayısıyla

$$\frac{x}{4+2} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{10}_{5}}$$

$$x = \frac{12}{5}$$

Thales Teoremi



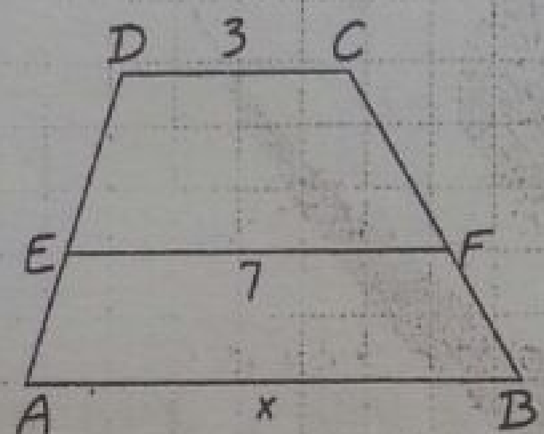
$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$, d_4 ve d_5 kesen ise

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$$

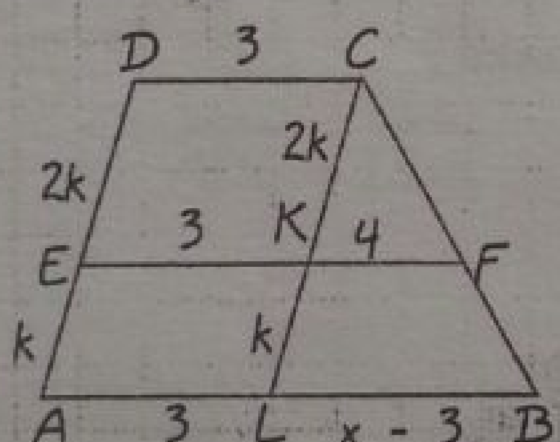
$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|DF|}$$ olur.

ÖRNEK

$[DC] \parallel [EF] \parallel [AB]$ ve $|DE| = 2 \cdot |EA|$ olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm'dir?



Çözüm



$[CL] \parallel [DA]$ çizilirse

$|DC| = |EK| = |AL| = 3$ cm olur.

$|EF| = 7$ cm ve $|EK| = 3$ cm olduğundan

$|KF| = 7 - 3 = 4$ cm olur.

$|AB| = x$ ise $|LB| = x - 3$ olur.

$[KF] \parallel [LB]$ olduğundan ve $|DE| = 2 \cdot |EA|$ olduğundan

$$\frac{|CK|}{|CL|} = \frac{|KF|}{|LB|}$$

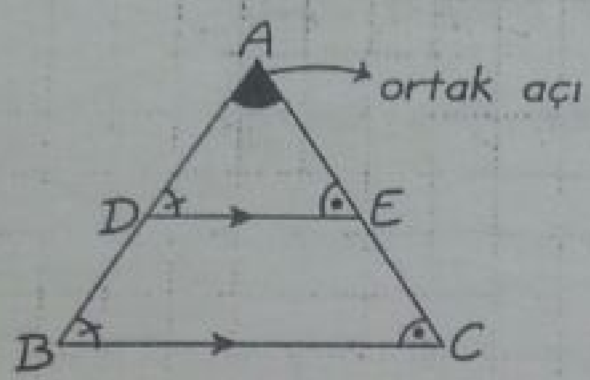
$$\frac{2k}{3k} = \frac{4}{x-3}$$

$$2x - 6 = 12$$

$$2x = 18$$

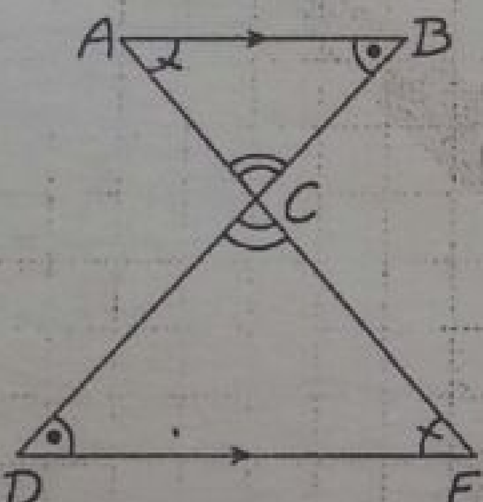
$$x = 9 \text{ cm}$$

Temel Benzerlik Teoremi



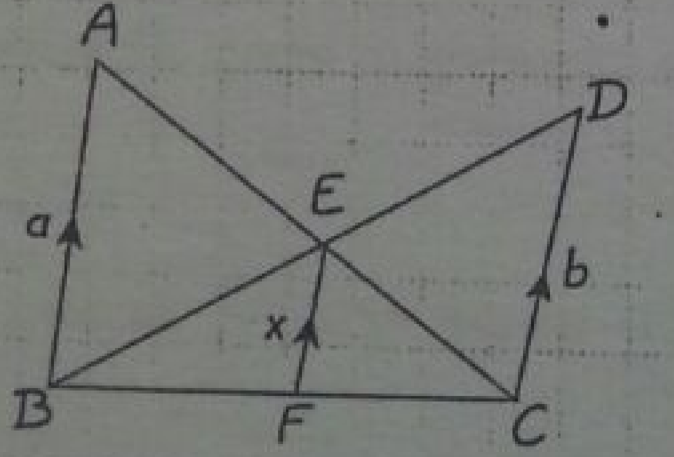
[DE] // [BC] $\Rightarrow$ (A.A.A. benzerliğinden) $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ olur.

$$\boxed{\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}}$$



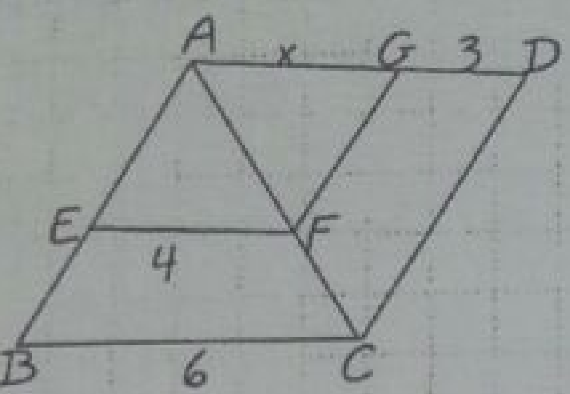
[AB] // [DE] $\Rightarrow$ (A.A.A. benzerliğinden) $\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC}$ olur.

$$\boxed{\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BC|}{|CD|}}$$



$$\boxed{[AB] \;//\; [EF] \;//\; [DC] \quad \text{ise} \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

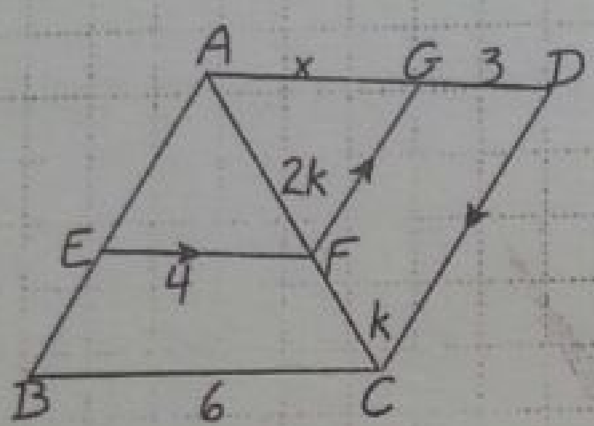
ÖRNEK



[EF] // [BC] ve [FG] // [CD]

olduğuna göre, |AG| = x kaçtır?

Çözüm



[EF] // [BC] olduğundan

$$\frac{|EF|}{|BC|}=\frac{|AF|}{|AC|}=\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}^{3}}=\frac{2}{3}$$

$|AF|=2k$ ve $|AC|=3k$ olur.

[FG] // [CD] olduğundan

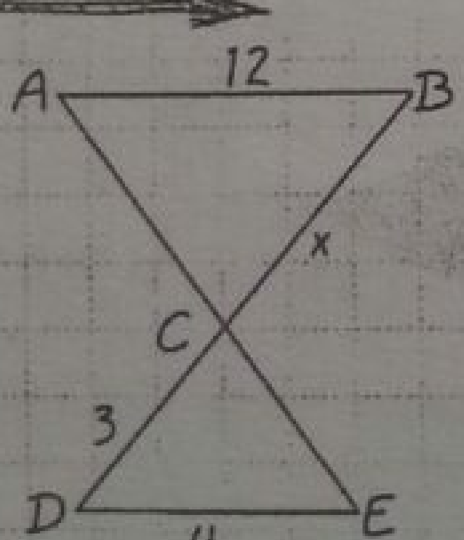
$$\frac{|AF|}{|AC|}=\frac{|AG|}{|AD|}$$

$$\frac{2\cancel{k}}{3\cancel{k}}=\frac{x}{x+3}$$

$$2x+6=3x$$

$$x=6$$

ÖRNEK



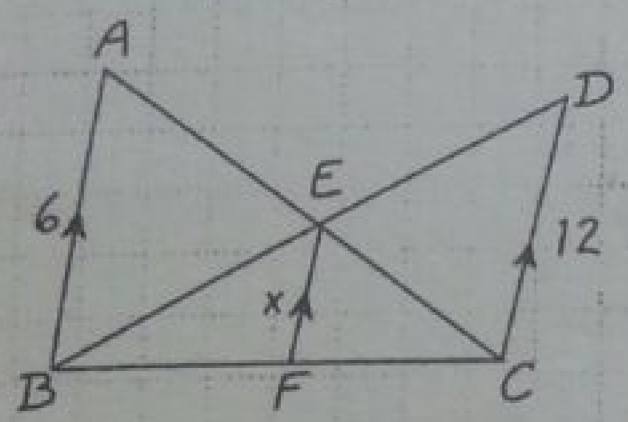
[AB] // [DE] olduğuna göre, |BC| = x kaç cm'dir?

Çözüm

[AB] // [DE] olduğundan

$$\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{|BC|}{|CD|}\Rightarrow\frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{4}_{1}}=\frac{x}{3}\Rightarrow x=9$$

ÖRNEK



[AB] // [EF] // [DC] olduğuna göre,

|EF| = x kaç cm'dir?

Çözüm

[AB] // [EF] // [DC] olduğundan

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{\underset{(2)}{6}}+\frac{1}{\underset{(1)}{12}}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{2+1}{12}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{4}}$$

$$x=4$$

BURASI ÖNEMLİ

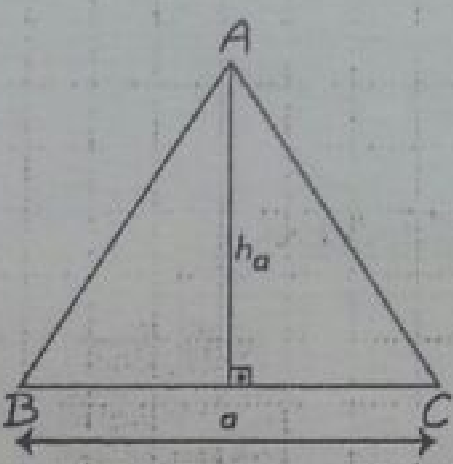
- Benzerlik oranı üçgenlerin çevrelerinin oranına eşittir.

- Benzerlik oranının karesi üçgenlerin alanlarının oranına eşittir.

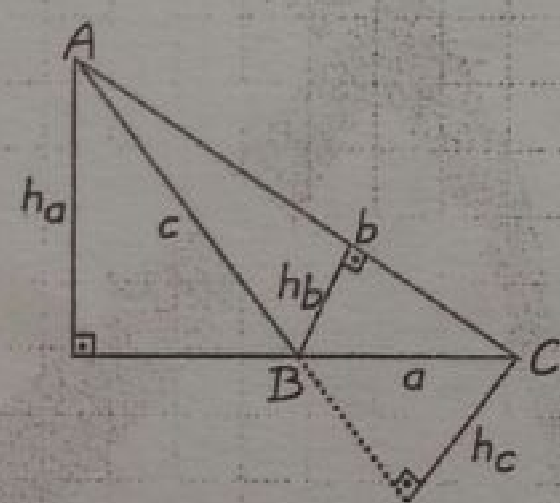
ÜÇGENDE ALAN

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0-1 soru" sorulmaktadır.

Bir üçgenin alanı, taban ile o tabana ait yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir.

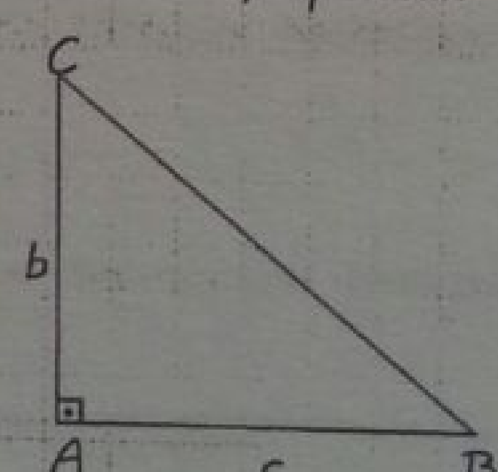


$$A(\widehat{ABC}) = \frac{ah_a}{2} \text{ dir.}$$



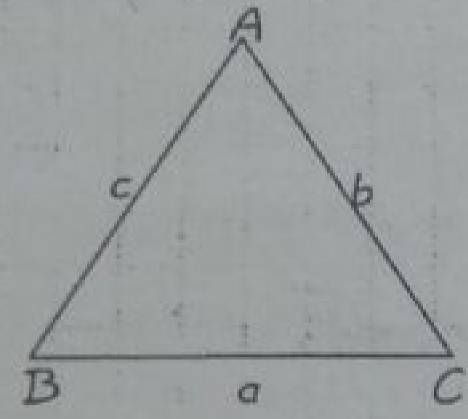
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a.h_a}{2} = \frac{b.h_b}{2} = \frac{c.h_c}{2} \text{ dir.}$$

Dik üçgenin alanı dik kenarların çarpımının yarısına eşittir.



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{b.c}{2} \text{ dir.}$$

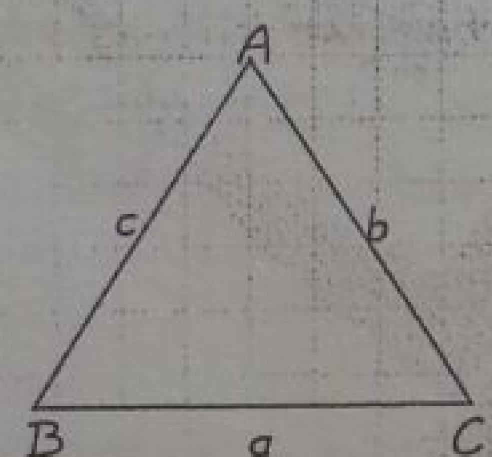
Çevresi verilen üçgenin alanı:



$$u = \frac{\text{Çevre}(\widehat{ABC})}{2} = \frac{a+b+c}{2} \text{ ise}$$

$$\boxed{A(\widehat{ABC}) = \sqrt{u.(u-a).(u-b).(u-c)} \text{ dir.}}$$

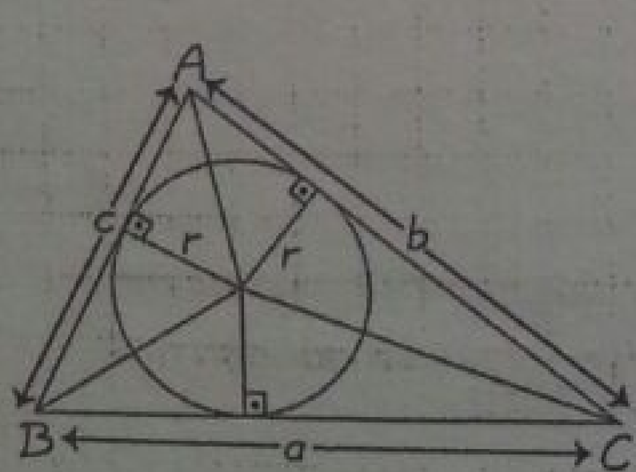
Bir açısı ve bu açıyı oluşturan kenarları verilen üçgenin alanı:



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \widehat{C}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \widehat{A}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin \widehat{B} \text{ dir.}$$



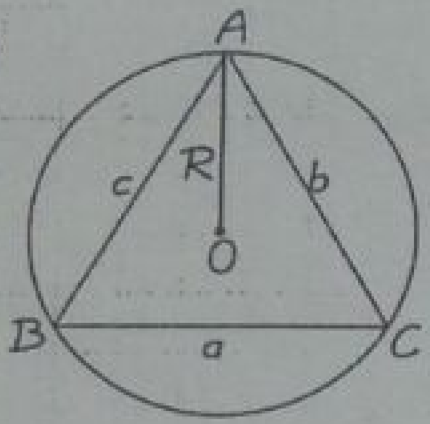
Çevresi ve içteğet çemberinin yarıçapı verilen üçgenin alanı:

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a.r}{2} + \frac{b.r}{2} + \frac{c.r}{2}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{r}{2} \cdot (a+b+c)$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{(a+b+c)}{2} \cdot r \quad \left(u = \frac{a+b+c}{2}\right)$$

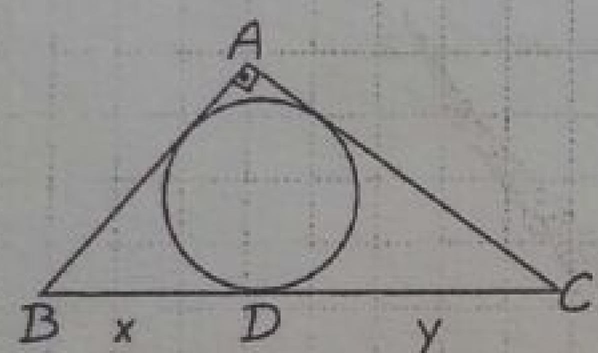
$$\boxed{A(\widehat{ABC}) = u \cdot r}$$ (r: İçteğet çemberin yarıçapı)



Kenarları ve çevrel çemberinin yarıçapı verilen üçgenin alanı:

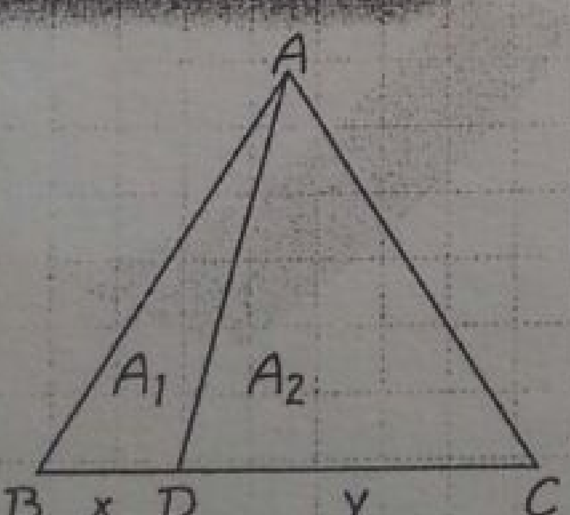
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a.b.c}{4R}$$

(R: Çevrel çemberin yarıçapı)



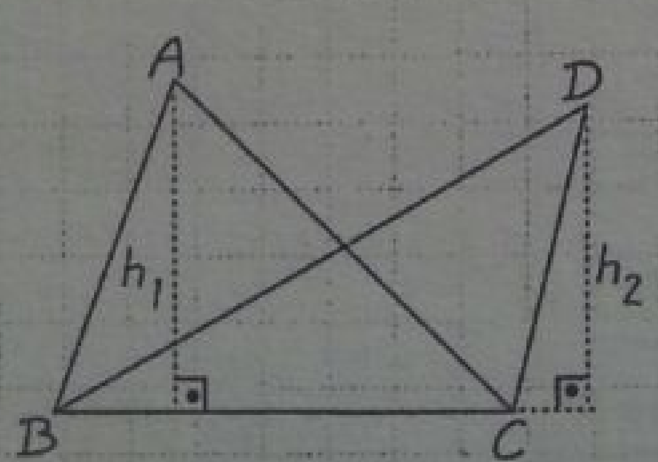
İç teğet çemberi verilen dik üçgenin alanı x . y'dir.

BURASI ÖNEMLİ



Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanlarının oranı, tabanlarının oranına eşittir.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{x}{y}$$

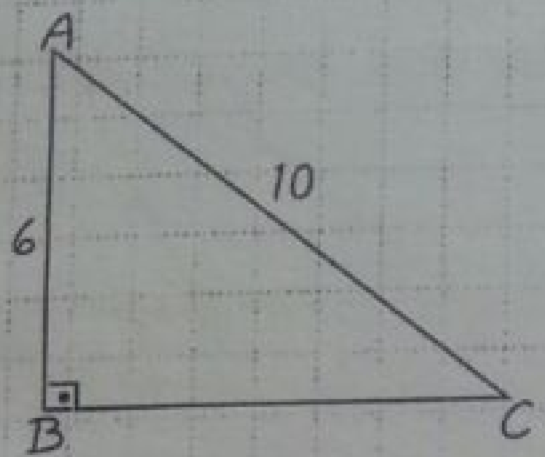


Tabanları eşit olan üçgenlerin alanlarının oranı, yüksekliklerinin oranına eşittir.

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DBC})} = \frac{h_1}{h_2}$$

Çözümlü Örnekler

ÖRNEK



[AB] ⊥ [BC] , |AB| = 6 cm ve |AC| = 10 cm olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm²'dir?

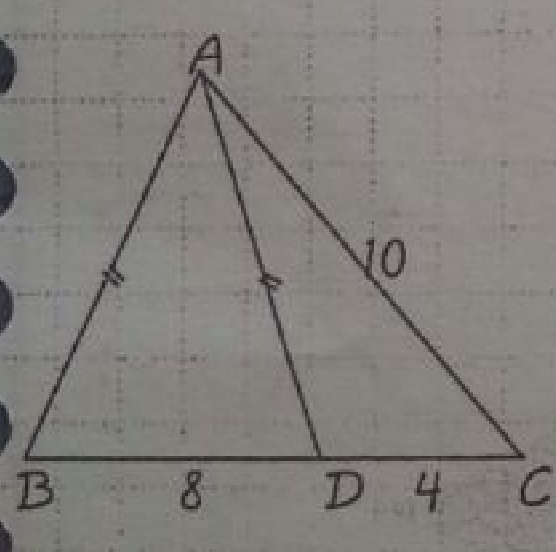
Çözüm

ABC üçgeninde Pisagor bağıntısı uygulanırsa 6 – 8 – 10 üçgeninden |BC| = 8 cm olur.

Buradan

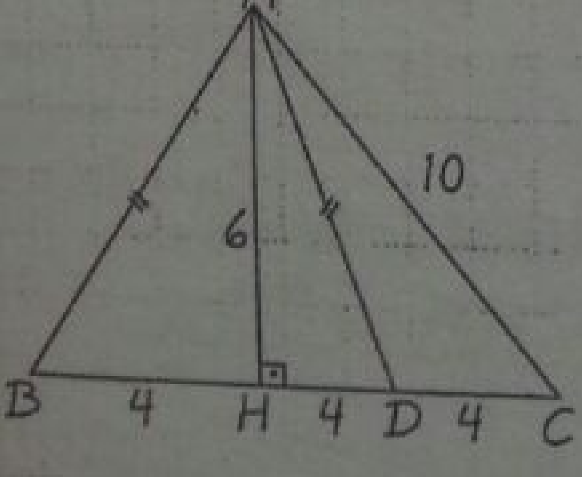
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{6 \cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2}} = 24 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

ÖRNEK



ABC üçgeninde |AB| = |AD|
|BD| = 8 cm , |DC| = 4 cm ve |AC| = 10 cm olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

Çözüm

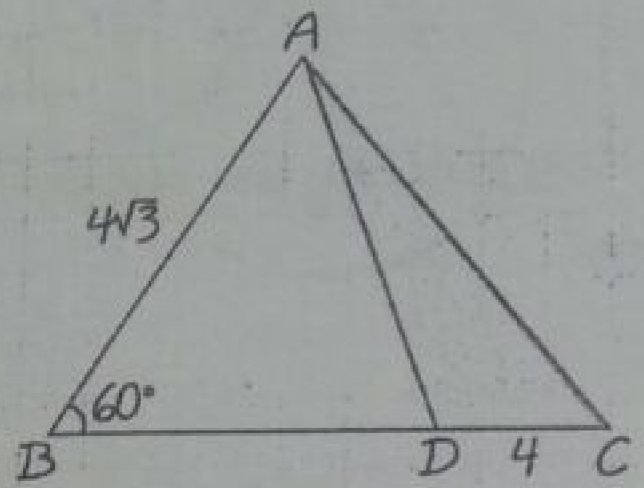


ABD üçgeni ikizkenar üçgen olduğundan [AH] ⊥ [BC] çizilirse |BH| = |HD| = 4 cm olur. AHC dik üçgeninde Pisagor bağıntısı uygulanırsa 6 – 8 – 10 üçgeninden |AH| = 6 cm olur.

Buradan

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{12 \cdot \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} = 36 \text{ cm}^2$$

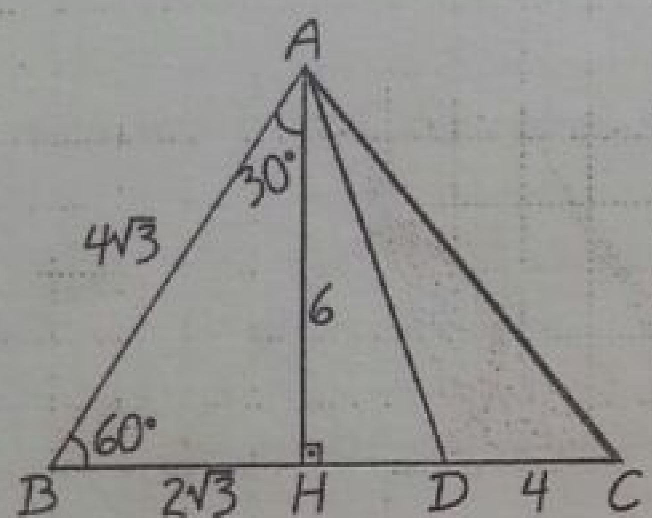
ÖRNEK



$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm, $|DC| = 4$ cm ve $m(\widehat{ABC}) = 60°$

olduğuna göre, ADC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm



$[AH] \perp [BC]$ çizilirse $m(\widehat{ABC}) = 60°$ ve $|AB| = 4\sqrt{3}$ cm

olduğundan $30° - 60° - 90°$ üçgeninden

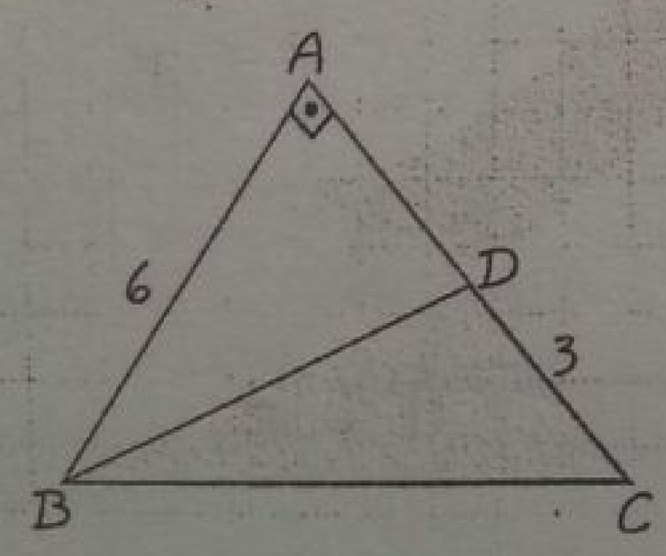
$$|BH| = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$|AH| = 2\sqrt{3}\,.\sqrt{3} = 6 \text{ cm olur.}$$

Buradan

$$A(\widehat{ADC}) = \frac{4 . \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} = 12\ cm^2$$

ÖRNEK



$[AB] \perp [AC]$

$|AB| = 6$ cm

$|DC| = 3$ cm

Şekilde verilenlere göre, DBC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

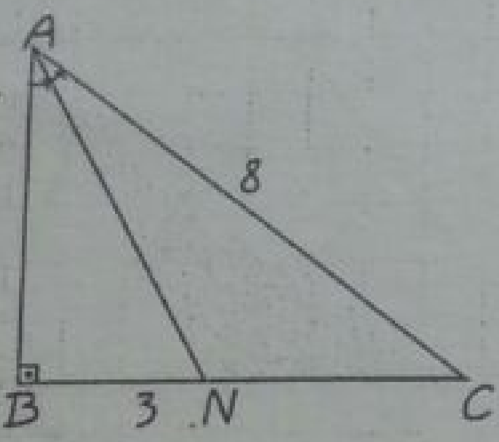
Çözüm

$[AB] \perp [CA]$ olduğundan DBC üçgeninde $[CD]$ kenarına ait yükseklik $[AB]$ dir.

Buradan

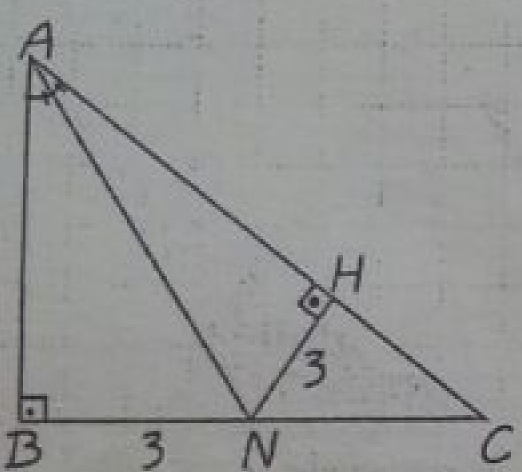
$$A(\widehat{DBC}) = \frac{3 . \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} = 9\ cm^2$$

ÖRNEK



[AN] açıortay, [AB] ⊥ [BC] , |BN| = 3 cm ve |AC| = 8 cm olduğuna göre, ANC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

Çözüm



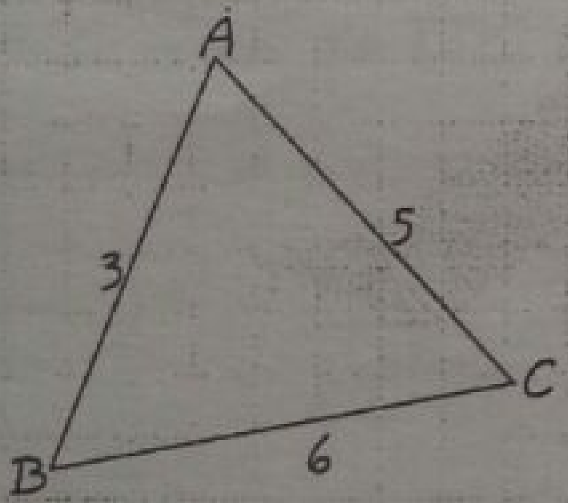
[NH] ⊥ [AC] çizilirse [AN] açıortay olduğundan

|BN| = |NH| = 3 cm olur.

ANC üçgeninin alanı

$\frac{\cancel{8}^{4}.3}{\cancel{2}} = 12\ cm^2$ olur.

ÖRNEK



Şekilde verilenlere göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

Çözüm

$Ç(\widehat{ABC}) = 3+5+6 = 14$ olduğundan $2u = 14 \Rightarrow u = 7$ olur.

$A(\widehat{ABC}) = \sqrt{7.(7-3).(7-5).(7-6)} = \sqrt{7.4.2.1} = 2\sqrt{14}\ cm^2$

BURASI ÖNEMLİ

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

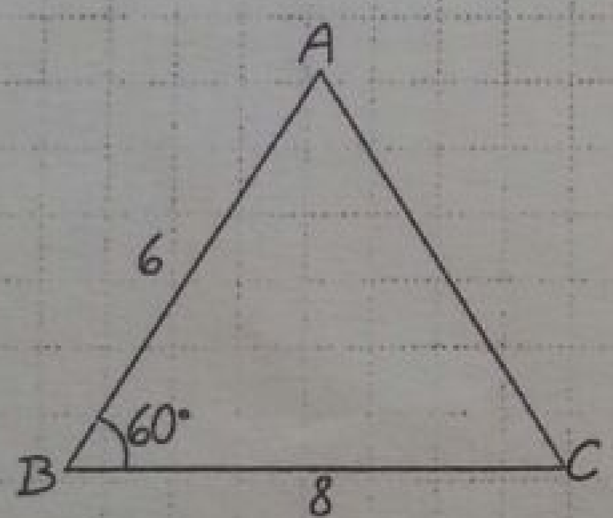
$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$

ÖRNEK



Şekilde verilenlere göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

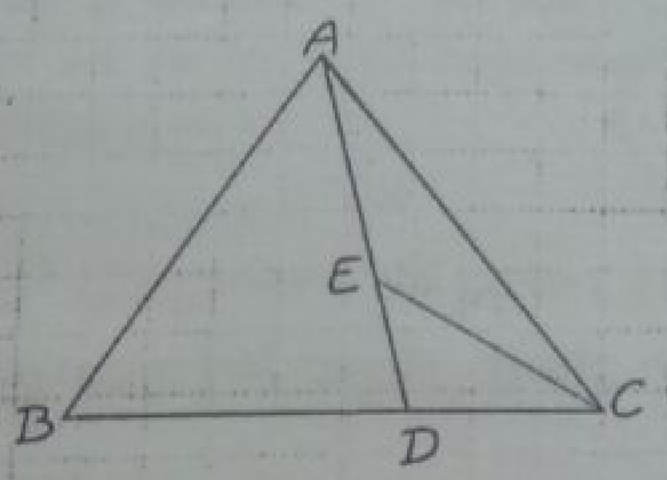
Çözüm

$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} . |AB| . |BC| . \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{\cancel{2}} . 6 . \cancel{8}^{2} . \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

$= 12\sqrt{3}\ cm^2$

ÖRNEK



Şekilde

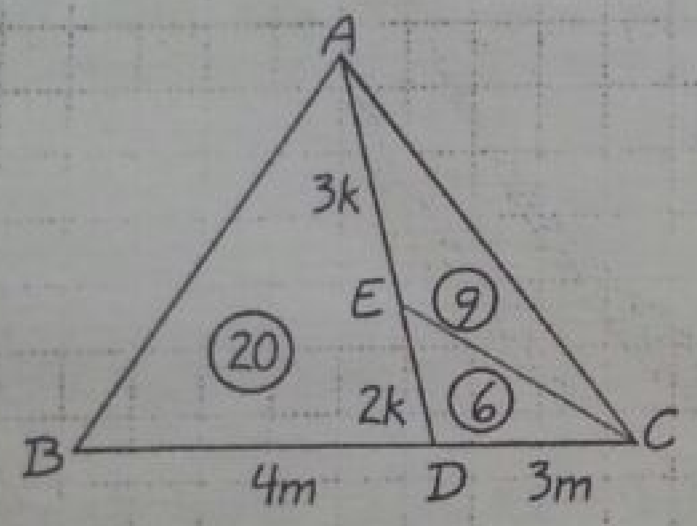
$2 \cdot |AE| = 3 \cdot |ED|$

$3 \cdot |BD| = 4 \cdot |DC|$

$A(\widehat{AEC}) = 9\ cm^2$

olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm



$2 \cdot |AE| = 3 \cdot |ED| \Rightarrow |AE| = 3k \quad , \quad |ED| = 2k$

$3 \cdot |BD| = 4 \cdot |DC| \Rightarrow |BD| = 4m \quad , \quad |DC| = 3\ m$

AEC üçgeni ile EDC üçgenlerinin yükseklikleri eşit olduğundan alanlarının oranı, tabanlarının oranına eşit olur.

$$\frac{\cancel{9}^{3}}{A(\widehat{EDC})} = \frac{\cancel{3}\cancel{k}}{2\cancel{k}} \Rightarrow A(\widehat{EDC}) = 6\ cm^2 \text{ olur.}$$

ABD üçgeni ile ADC üçgenlerinin yükseklikleri eşit olduğundan alanlarının oranı, tabanlarının oranına eşit olur.

$$\frac{A(\widehat{ABD})}{9+6} = \frac{4\cancel{m}}{3\cancel{m}} \Rightarrow A(\widehat{ABD}) = 20\ cm^2 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla

$$A(\widehat{ABC}) = 20 + 9 + 6 = \underline{\underline{35\ cm^2}}$$

ÇOKGENLER - DÖRTGENLER

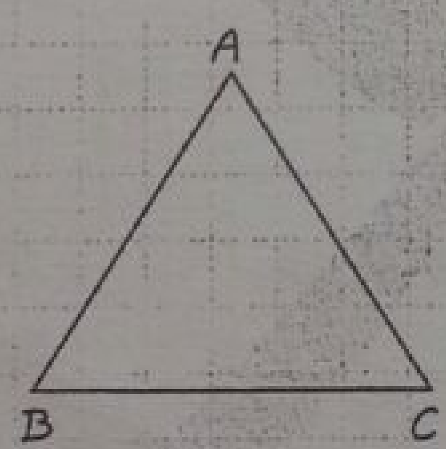
Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0 - 1 soru" sorulmaktadır.

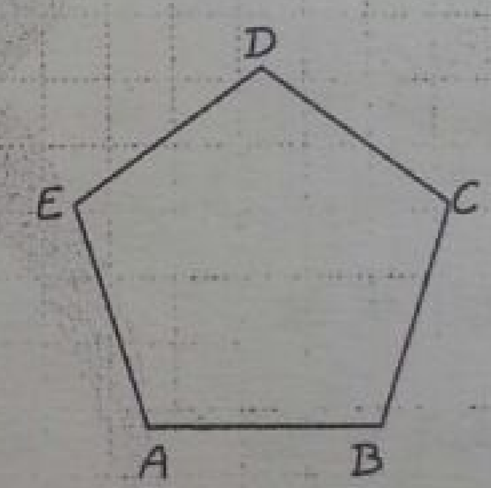
Düzlemde doğrusal olmayan üç ya da daha fazla noktanın ikişer ikişer birleşmesiyle oluşan şekil çokgen olarak tanımlanır.

Kesişen doğrulara çokgenin kenarları, kesiştikleri uç noktalara çokgenin köşeleri denir. Köşelerin karşılıklı birleştirilmesiyle oluşan doğru parçalarına çokgenin köşegenleri denir.

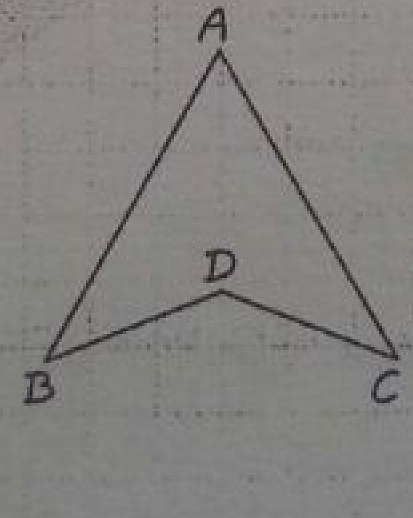
Bir çokgenin tüm köşegenleri çokgenin içinde kalıyorsa konveks (dış bükey) çokgen, en az bir köşegeni dışarıda kalıyorsa (diğer bir ifadeyle en az bir açısı 180° den fazla ise) iç bükey (konkav) çokgen denir.

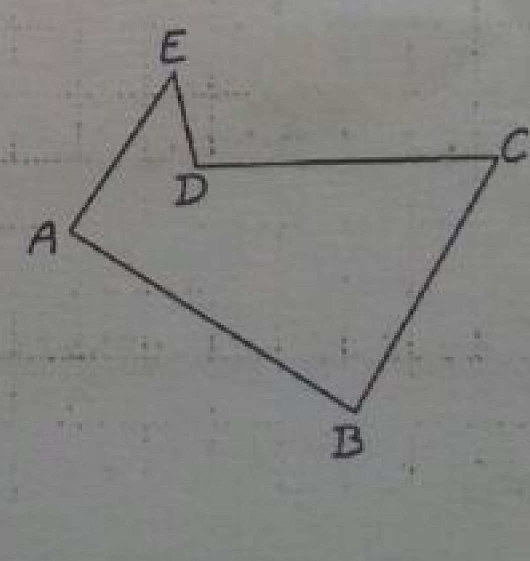
KONVEKS ÇOKGEN (Dışbükey)





KONKAV ÇOKGEN (İçbükey)





Düzlemde birbirinden farklı n tane doğru, düzlemi en az $(n + 1)$, en çok $\frac{n^2 + n + 2}{2}$ bölgeye ayırır.

nveks Çokgenlerin Özellikleri :

- n kenarlı bir konveks çokgenin çizilebilmesi için $(2n - 3)$ tane elemanı verilmelidir. unun en az $(n - 2)$ tane elemanı uzunluk, en çok $(n - 1)$ tane elemanı açı olmalıdır.

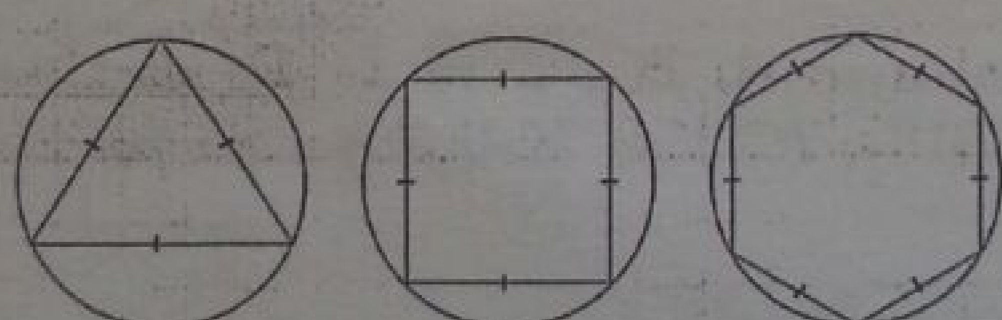
- Çokgenlerin iç açıları toplamı $180°.(n - 2)$ dir.
- Bütün çokgenlerin dış açıları toplamı $360°$ dir.
- Bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı $(n - 3)$ tanedir.
- Bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısı $(n - 2)$ tanedir.
- Çokgenlerde köşegen sayısı $k = \dfrac{n.(n-3)}{2}$ tanedir.

Düzgün Çokgenler

Açıları ve kenar uzunlukları eşit olan konveks çokgenlere düzgün çokgen denir.

üzgün Çokgenlerin Özellikleri :

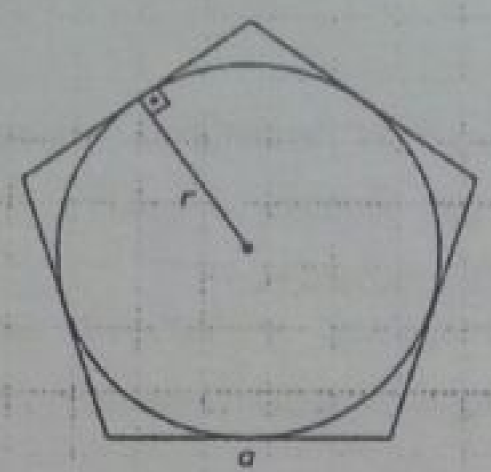
- Her düzgün çokgenin hem iç teğet hem de çevrel çemberi vardır.



- Düzgün çokgenin bir iç açısı $\dfrac{180°(n-2)}{n}$ dir.
- Düzgün çokgenin bir dış açısı $\dfrac{360°}{n}$ dir.

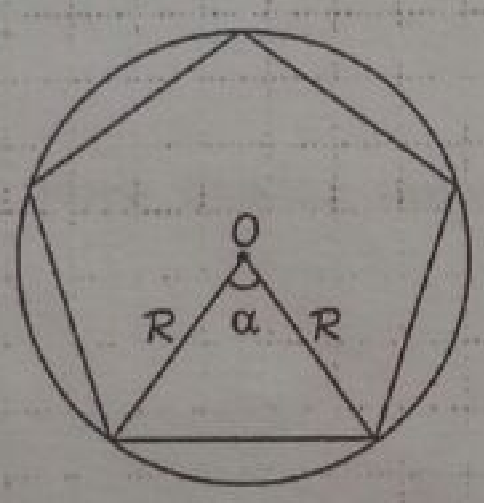
Düzgün çokgenin alanı: kenar sayısı (n), bir kenarı (a) ve iç teğet çemberinin yarıçapının çarpımının yarısına eşittir.

$$\text{Alan} = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$$



Çevrel çemberi verilen düzgün çokgenin alanı :

$$\text{Alanı} = \frac{n.R^2.\sin\alpha}{2}$$

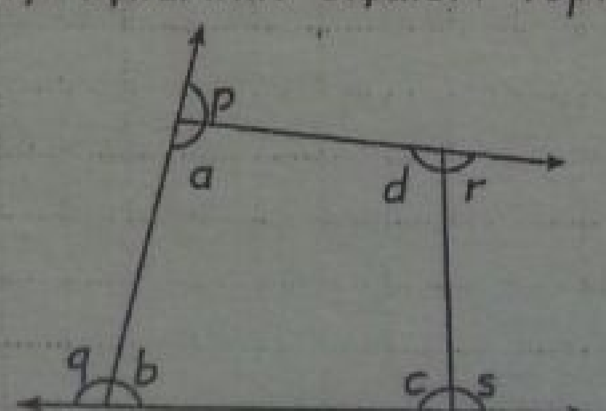


Dörtgenler

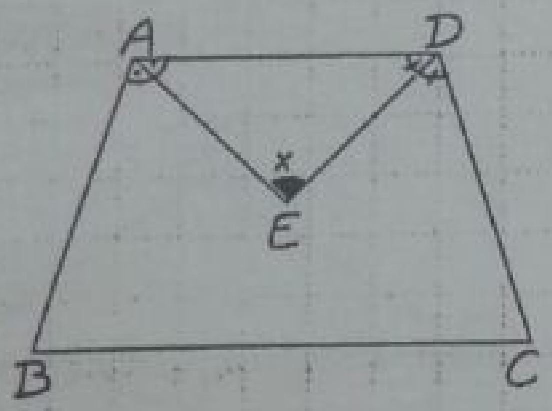
Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan A, B , C ve D gibi dört noktanın ikişer ikişer birleştirilmesiyle oluşan [AB] , [BD] , [CD] ve [CA] doğru parçalarının birleşimine dörtgen denir.

Dörtgenlerin Özellikleri :

İç açılarının ölçüleri toplamı 360° , dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

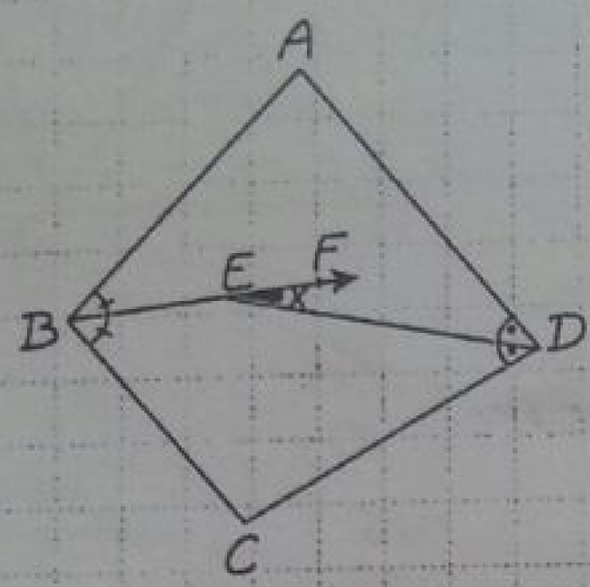


$$a + b + c + d = 360°$$
$$p + r + s + q = 360°$$



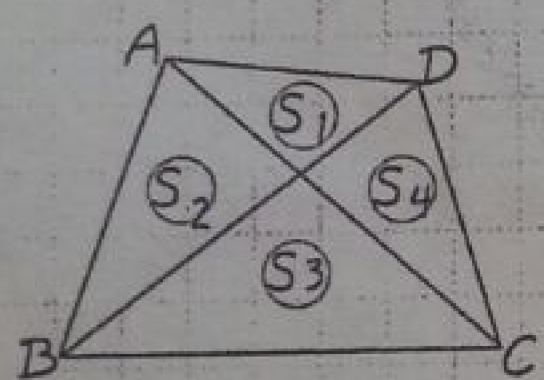
[AE] ve [DE] açıortay olmak üzere,

$$m(\widehat{AED}) = x = \frac{m(\widehat{B}) + m(\widehat{C})}{2}$$



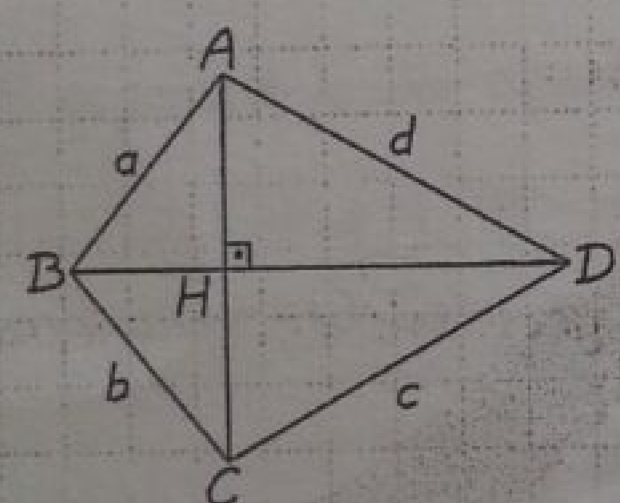
[BF] ve [DE] açıortay ise

$$m(\widehat{FED}) = x = \frac{|m(\widehat{A}) - m(\widehat{C})|}{2}$$



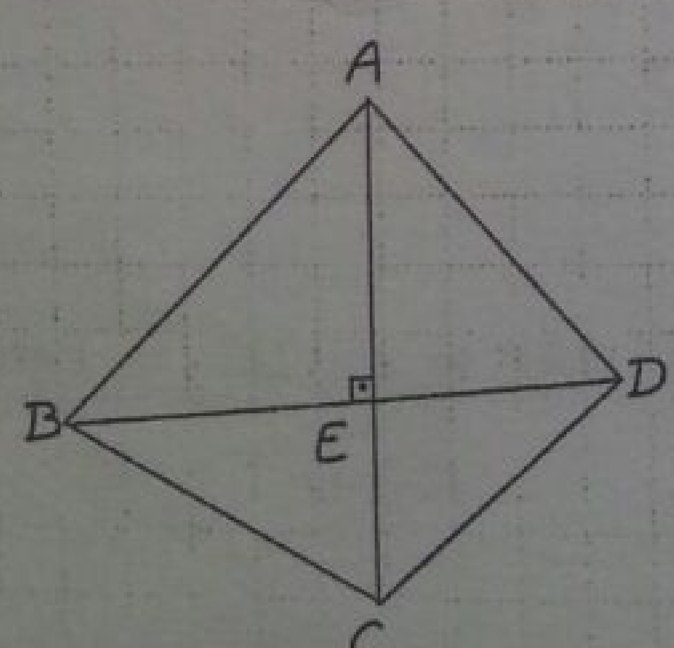
[AC] ve [BD] köşegen olmak üzere

$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$



$[AC] \perp [BD]$ ise

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$



[AC] ve [BD] köşegen olmak üzere

$[AC] \perp [BD]$ ise

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$

Çözümlü Örnekler

ÖRNEK

Bir dış açısının ölçüsünün bir iç açısının ölçüsüne oranı $\frac{1}{5}$ olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

Çözüm

dış açı : d , iç açı : I olmak üzere

$$\frac{d}{i}=\frac{1}{5} \rightarrow d=k\ ,\ i=5k \rightarrow k+5k=180^\circ \rightarrow \text{kenar sayısı}=\frac{360}{30}$$

$$6k=180^\circ \qquad =12$$

$$k=30^\circ$$

ÖRNEK

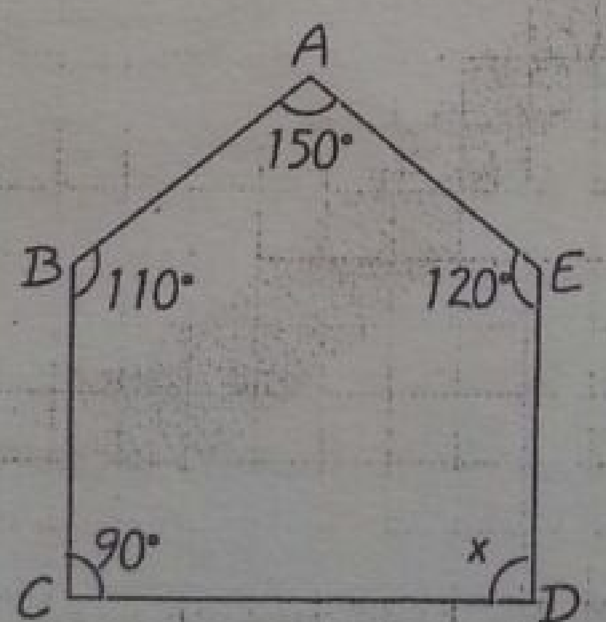
15 kenarı olan bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

Çözüm

Düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü $\frac{360^\circ}{15}=24^\circ$ olur.

Dolayısıyla bir iç açısının ölçüsü $180^\circ - 24^\circ = 156^\circ$ olur.

ÖRNEK



Şekilde verilenlere göre, $m(\widehat{CDE})=x$ kaç derecedir?

Çözüm

5 kenarlı bir çokgenin iç açı ölçülerinin toplamı $(5-2)\,.\,180^\circ = 3\,.\,180^\circ = 540^\circ$ olur.

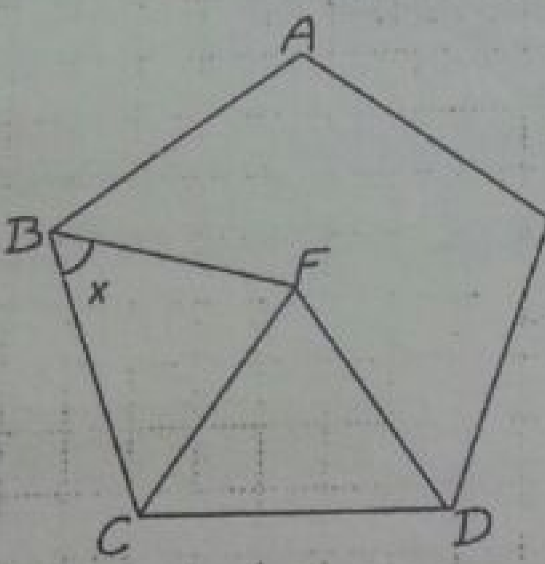
Dolayısıyla

$$x = 540^\circ - (90^\circ + 110^\circ + 150^\circ + 120^\circ)$$

$$= 540^\circ - 470^\circ$$

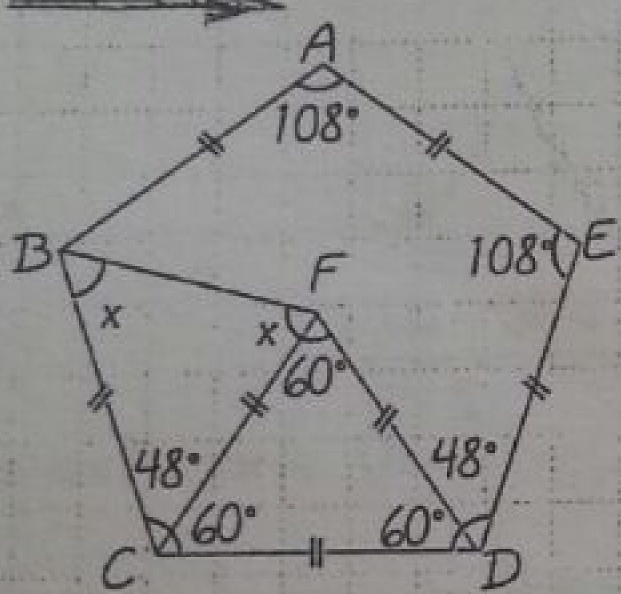
$$= 70^\circ$$

ÖRNEK



ABCDE düzgün beşgen ve FCD eşkenar üçgen olduğuna göre, $m(\widehat{CBF}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü 108° dir.

Eşkenar üçgenin bir iç açısının ölçüsü 60° dir.

Dolayısıyla

$m(\widehat{BCF}) = 108° - 60° = 48°$ olur.

$|BC| = |CF|$ olduğundan $m(\widehat{CBF}) = m(\widehat{BFC}) = x$ olur.

BCF üçgeninin iç açı ölçülerinin toplamı 180° olduğundan

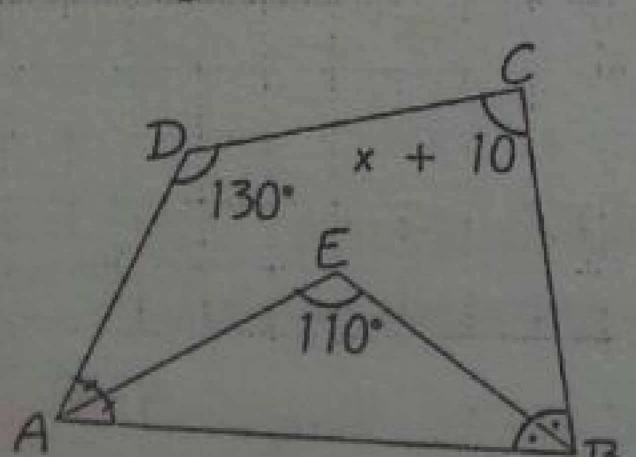
$$x + x + 48° = 180°$$

$$2x = 180° - 48°$$

$$2x = 132°$$

$$x = 66°$$

ÖRNEK



[AE] ve [BE] açıortay olmak üzere,

ABCD dörtgeninde verilenlere göre, x kaç derecedir?

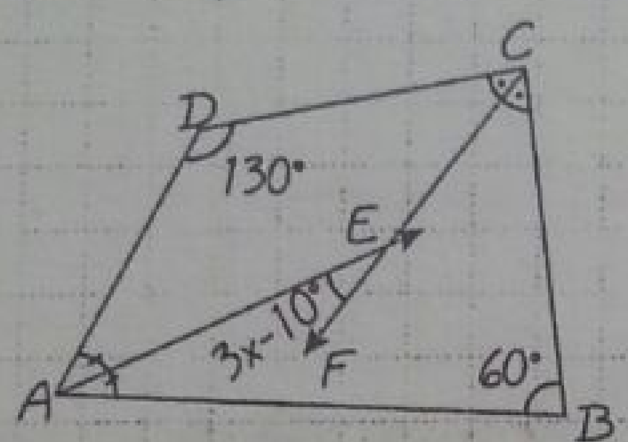
Çözüm

$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{DCB})}{2} \quad 110° = \frac{130° + x + 10°}{2}$$

$$220° = 140° + x$$

$$x = 80°$$

ÖRNEK



ABCD dörtgeninde [AE] ve [CF] açıortay olduğuna göre, x kaç derecedir?

Çözüm

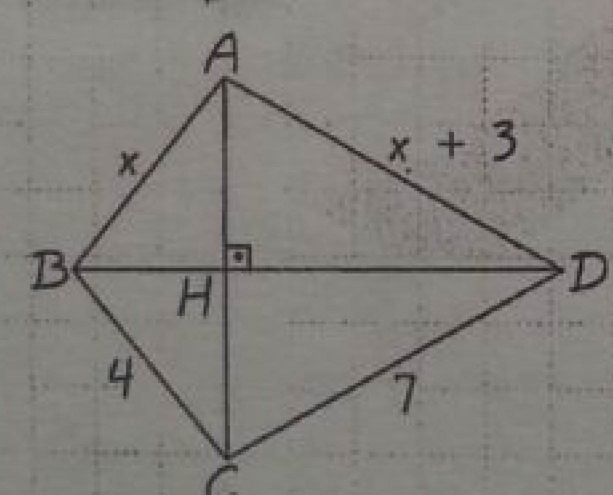
$$m(\widehat{AEF}) = \frac{m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{ABC})}{2} \quad 3x - 10° = \frac{|130° - 60°|}{2}$$

$$6x - 20° = 70°$$

$$\cancel{6}x = \cancel{90}^{15}$$

$$x = 15°$$

ÖRNEK



ABCD dörtgeninde [AC] ⊥ [BD] olduğuna göre, x kaç cm'dir?

Çözüm

[AC] ⊥ [BD] olduğundan $x^2 + 7^2 = 4^2 + (x + 3)^2$

$$\cancel{x^2} + 49 = 16 + \cancel{x^2} + 6x + 9$$

$$49 - 25 = 6x$$

$$^{4}\cancel{24} = \cancel{6}x$$

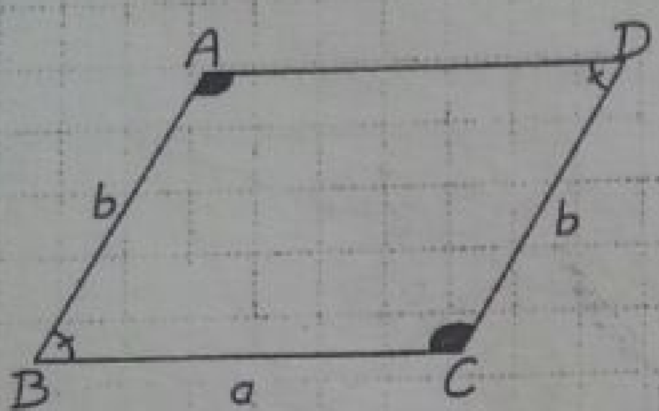
$$x = 4 \text{ cm}$$

PARALELKENAR - EŞKENAR DÖRTGEN

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0 - 1 soru" sorulmaktadır.

Paralelkenar

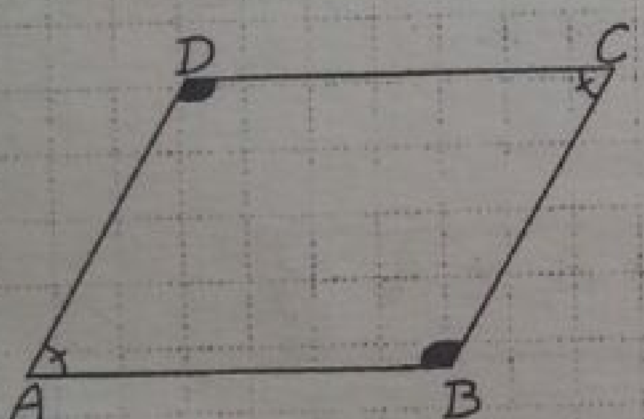
Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgenlere paralelkenar denir.



[AD] // [BC] ve [AB] // [CD]

$|AD| = |BC| = a$ ve $|AB| = |CD| = b$

Paralelkenarın Özellikleri :

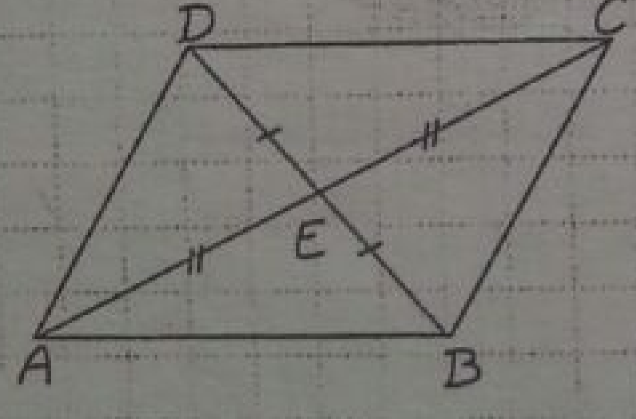


- $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$

  $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$

- $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180°$

  $m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180°$

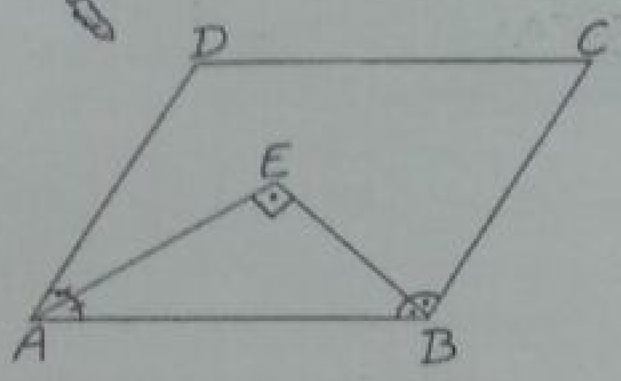


- Köşegenler birbirini ortalar.

  $|AE| = |EC|$ ve $|BE| = |ED|$

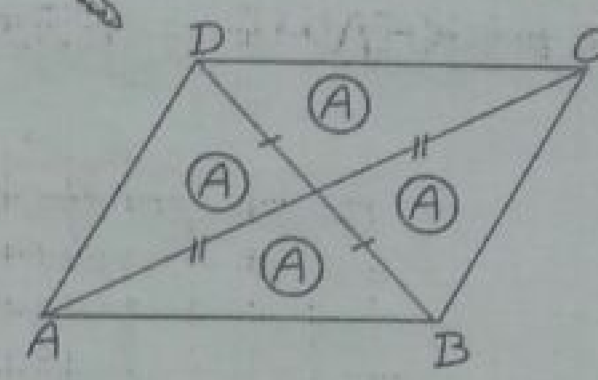
BURASI ÖNEMLİ

- Köşegenler birbirine eşit olmak zorunda değildir.
- Köşegenler açıortay olmak zorunda değildir.

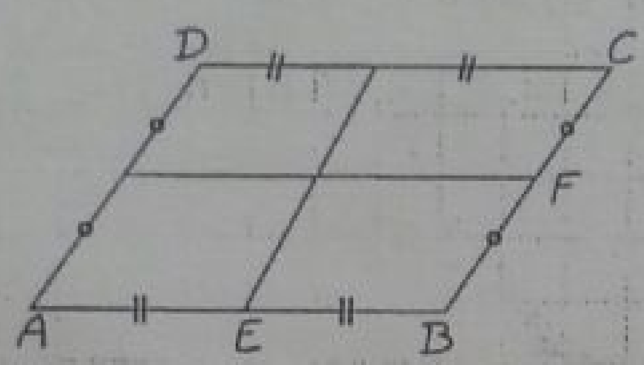


[AE] ve [BE] açıortay ise

[AE] ⊥ [BE]

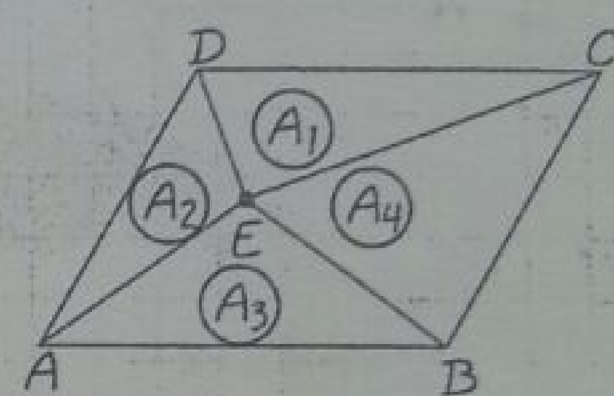


Köşegenler paralelkenarın alanını 4 eş parçaya ayırır.



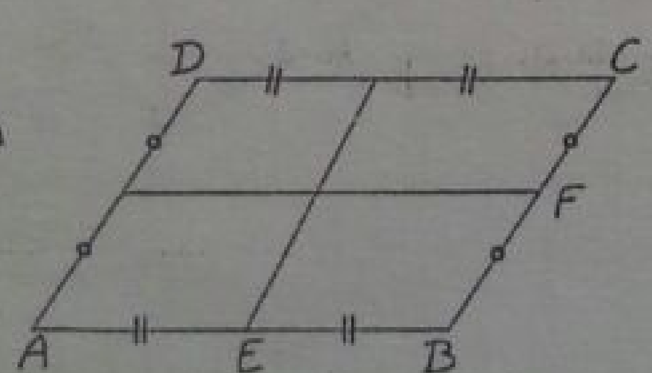
E noktası, [DC] noktası üzerinde herhangi bir nokta olmak üzere

$$A(\widehat{EAB})=\frac{A(ABCD)}{2}$$

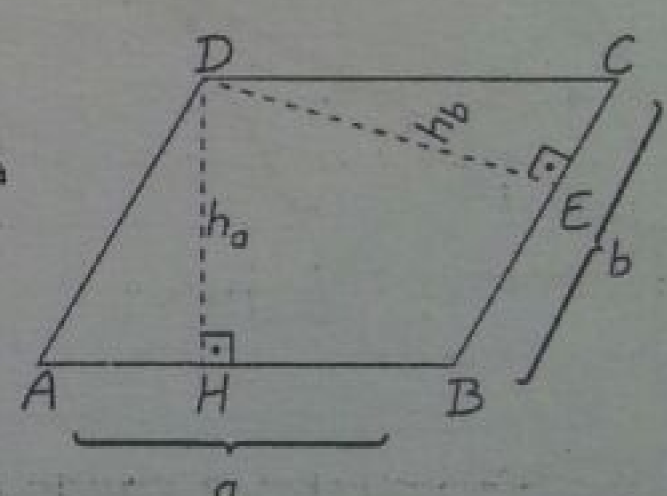


E noktası paralelkenarın içinde herhangi bir nokta olmak üzere,

$$A_1 + A_3 = A_2 + A_4$$



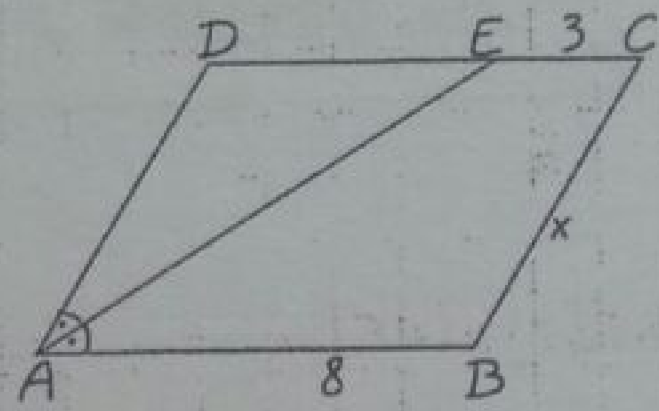
E noktası [AB] nin, F noktası [BC]'nin orta noktası ise paralelkenarın içerisinde oluşan alanlar eşittir.



$$A(ABCD)=\frac{a.h_a}{2}=\frac{b.h_b}{2}$$

Çözümlü Örnekler

ÖRNEK

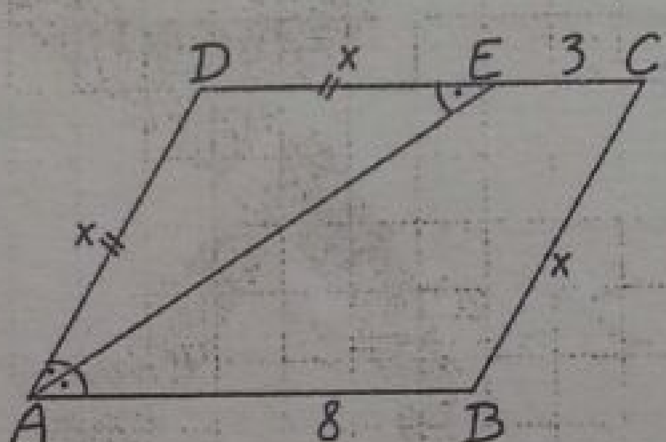


ABCD paralelkenarında [AE] açıortay,

$|AB| = 8cm$ ve $|EC| = 3$ cm olduğuna göre,

$|BC| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB})$ ve $[DC] // [AB]$ olduğundan

$m(DEA) = m(\widehat{EAB})$ (iç ters açılar) olur.

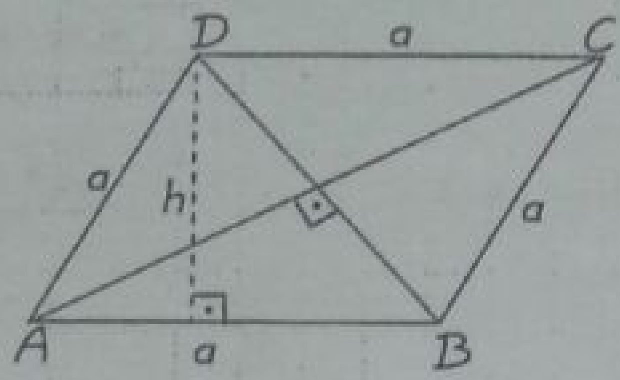
Dolayısıyla

$|AD| = |DE| = x$ olur.

$|DC| = |AB|$ olduğundan

$x + 3 = 8$

$x = \underline{\underline{5}}$ olur.

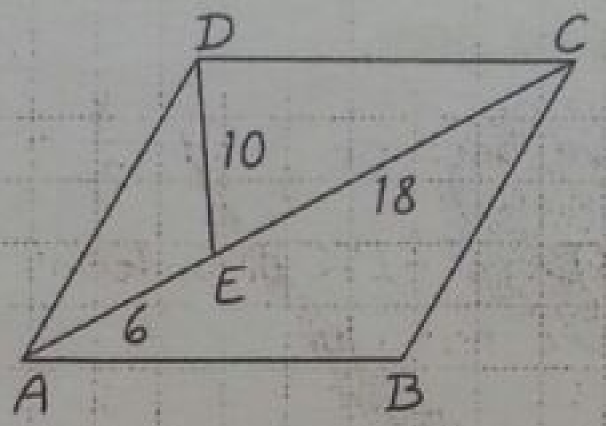


Çevre (ABCD) = 4a

Alan (ABCD) = $a \cdot h = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2}$

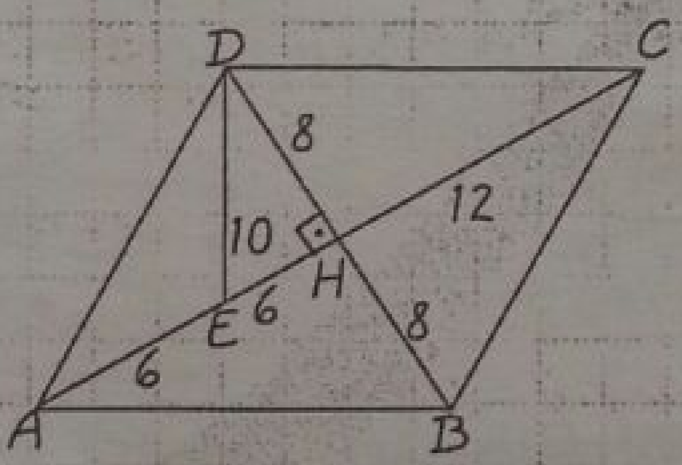
Çözümlü Örnekler

ÖRNEK



ABCD eşkenar dörtgeninde verilenlere göre, |AB| kaç cm'dir?

Çözüm



[DB] çizilirse [DB] ⊥ [AC] ve $|AH| = |HC| = \dfrac{6+18}{2} = 12$ cm olur.

|AE| = 6 cm olduğundan |EH| = 12 - 6 = 6 cm olur. DEH üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa 6 - 8 - 10 üçgeninden |DH| = 8 cm olur. AHB üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$|AB|^2 = 8^2 + 12^2$

$|AB|^2 = 64 + 144$

$|AB|^2 = 208$

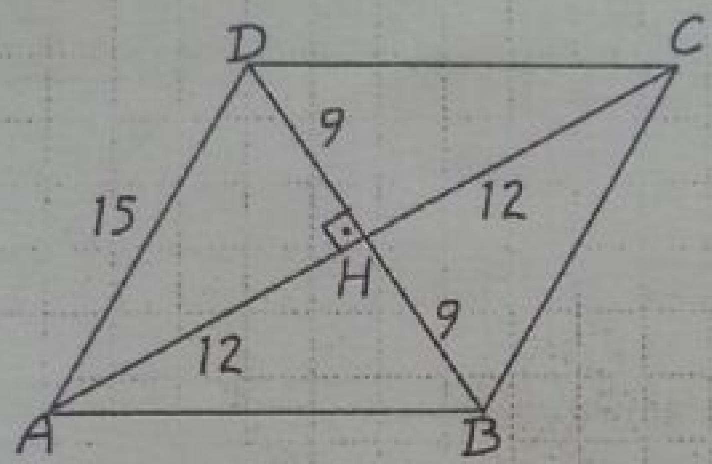
$|AB|^2 = 16 \cdot 13$

$|AB| = 4\sqrt{13}$ cm

ÖRNEK

Bir kenarı 15 cm ve bir köşegeni 18 cm olan eşkenar dörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm



$|BD| = 18$ cm ise $|DH| = |HB| = 9$ cm olur.

$|DA| = 15$ cm olduğundan AHD üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa 9 - 12 - 15 üçgeninden $|AH| = 12$ cm olur.

Buradan

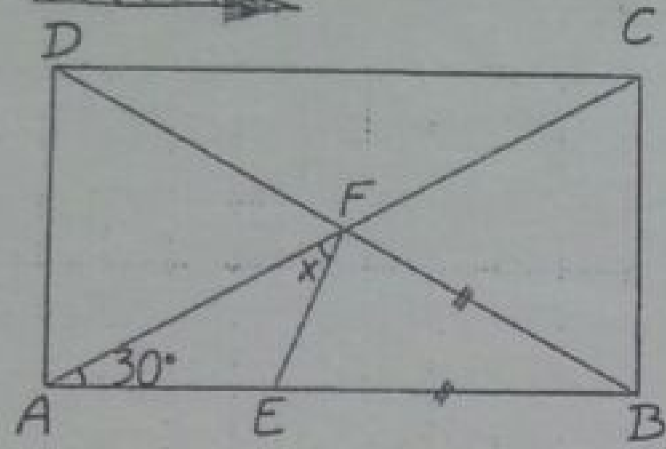
$|AC| = 2 \cdot 12 = 24$ cm olur.

Dolayısıyla

$$A(ABCD) = \frac{\cancel{24}^{12} \cdot 18}{\cancel{2}} = 216\ cm^2 \text{ bulunur.}$$

Çözümlü Örnekler

ÖRNEK

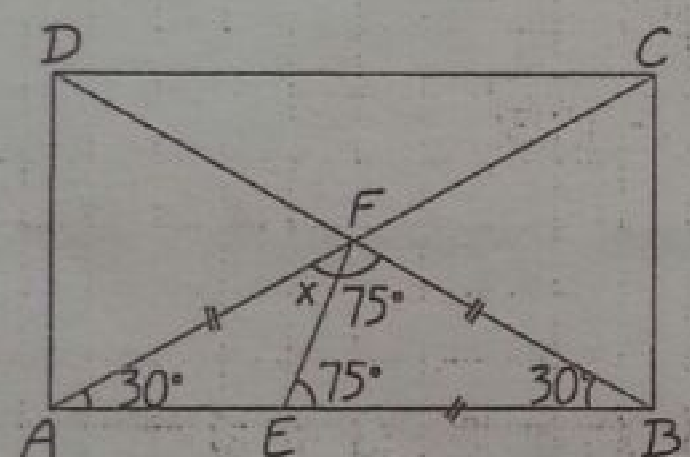


ABCD dikdörtgeninde

$|BF| = |BE|$, $m(\widehat{FAE}) = 30°$ olduğuna göre,

$m(\widehat{AFE}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



Dikdörtgende köşegen uzunlukları birbirine eşit olduğu ve köşegenler birbirini ortaladığı için $|AF| = |BF|$ olur.

Dolayısıyla $m(\widehat{FAB}) = m(\widehat{ABF}) = 30°$ olur.

$|BF| = |EB|$ olduğundan

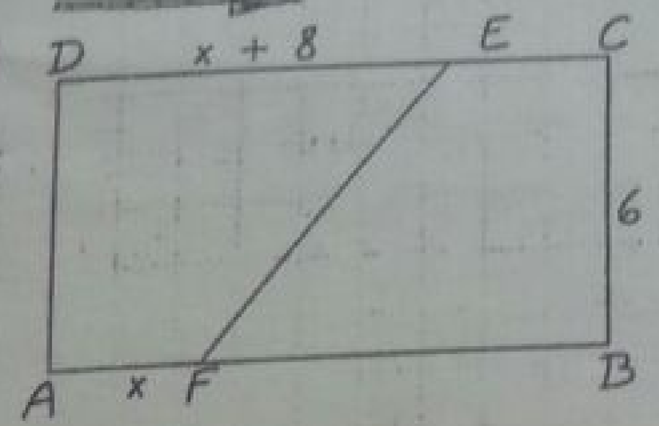
$$m(\widehat{BFE}) = m(FEB) = \frac{180° - 30°}{2} = 75° \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{AFB}) = 180° - (30° + 30°) = 120° \text{ olur.}$$

Buradan

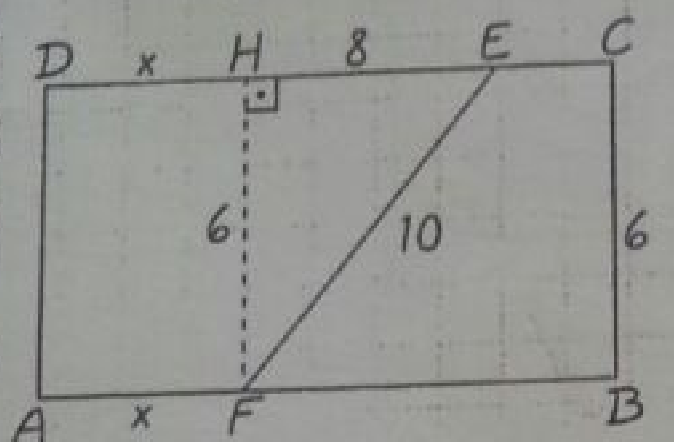
$$x + 75° = 120° \Rightarrow x = 45° \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



ABCD dikdörtgeninde verilenlere göre, $|FE|$ kaç cm'dir?

Çözüm

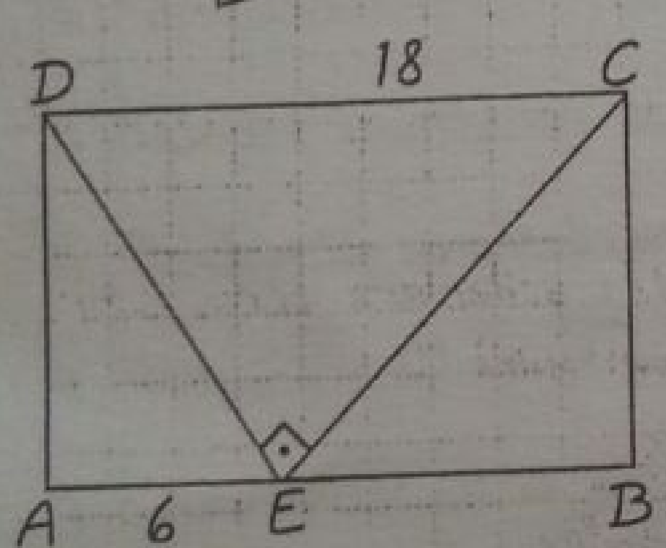


$[FH] \perp [DC]$ çizilirse $|DH| = |AF| = x$ ve $|HE| = 8$ cm olur.

$|HF| = |BC| = 6$ cm olduğundan HFE üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

6 - 8 - 10 üçgeninden $|FE| = 10$ cm bulunur.

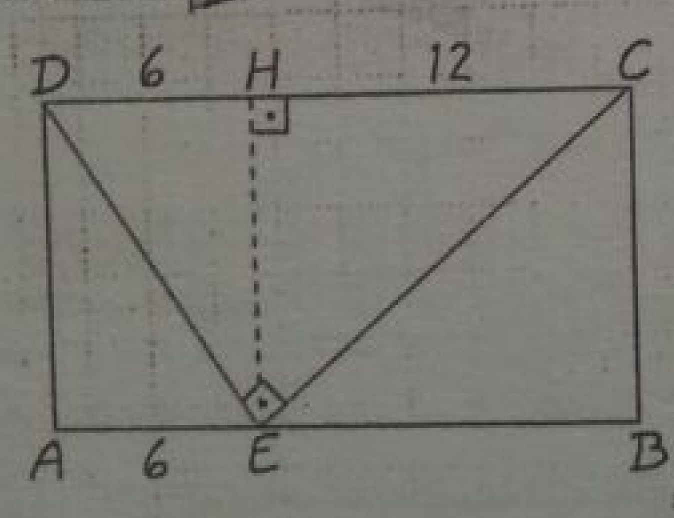
ÖRNEK



ABCD dikdörtgeninde

$|AE| = 6$ cm , $|DC| = 18$ cm ve $[DE] \perp [EF]$ olduğuna göre, A(ABCD) kaç cm^2 dir?

Çözüm



$[EH] \perp [DC]$ çizilirse

$|AE| = |DH| = 6$ cm ve

$|HC| = 12$ cm olur.

DEC üçgeninde Öklid teoremi uygulanırsa

$|EH|^2 = 6 \,.\, 12$

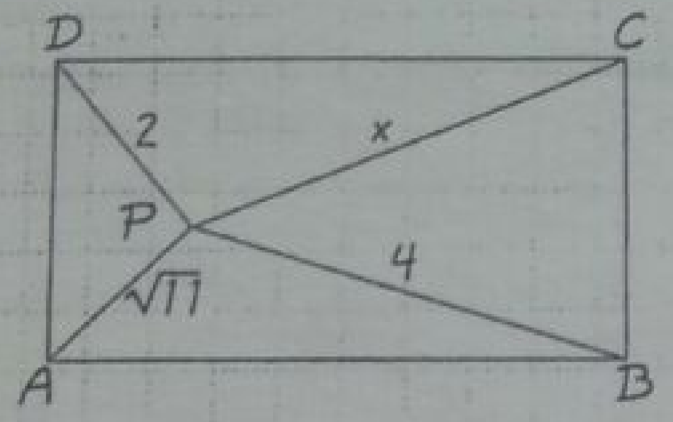
$|EH|^2 = 72$

$|EH| = 6\sqrt{2}$ cm olur.

$A(ABCD) = 18 \,.\, 6\sqrt{2}$

$= 108\sqrt{2}$ cm^2

ÖRNEK



ABCD dikdörtgeninde $|DP| = 2$ cm , $|AP| = \sqrt{11}$ cm $|PB| = 4$ cm olduğuna göre, $|PC| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm

$$2^2 + 4^2 = (\sqrt{11})^2 + x^2$$

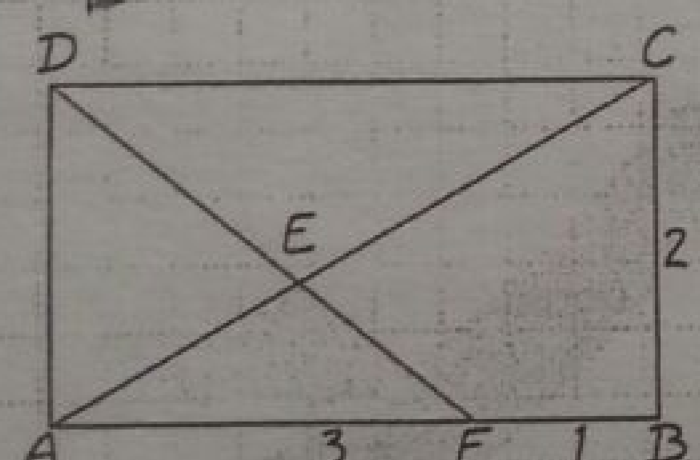
$$4 + 16 = 11 + x^2$$

$$20 - 11 = x^2$$

$$9 = x^2$$

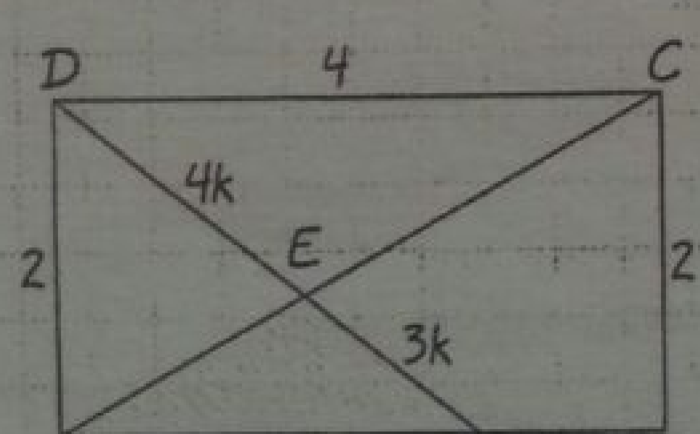
$$x = 3$$

ÖRNEK



ABCD dikdörtgeninde verilenlere göre, EAF üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm



$A(\widehat{DAF}) = \dfrac{\cancel{2}.3}{\cancel{2}} = 3$ olur.

$$\frac{|EF|}{|DF|} = \frac{3k}{7k} = \frac{3}{7}$$

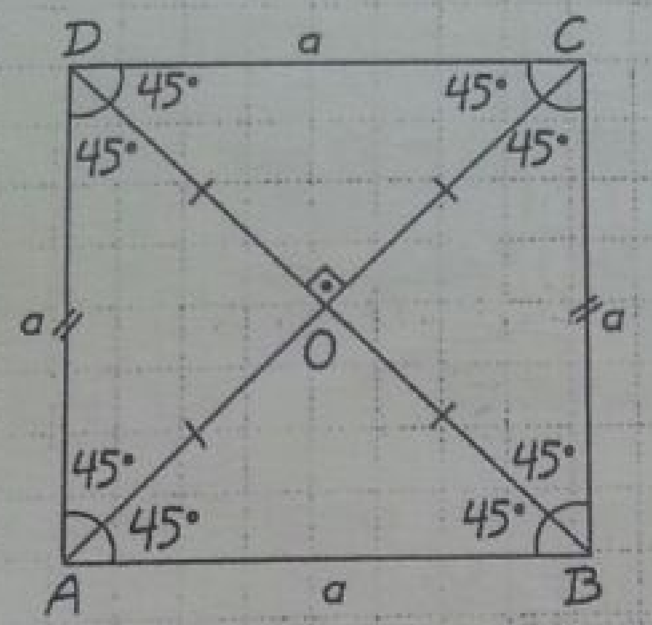
olduğundan

$$\frac{A(\widehat{EAF})}{A(\widehat{DAF})} = \frac{x}{3} = \frac{3}{7} \longrightarrow x = \frac{9}{7} cm^2$$

Kare

Kenar uzunlukları eşit olan dikdörtgene kare denir.

Kare eşkenar dörtgen ve paralelkenarın tüm özelliklerine sahiptir.

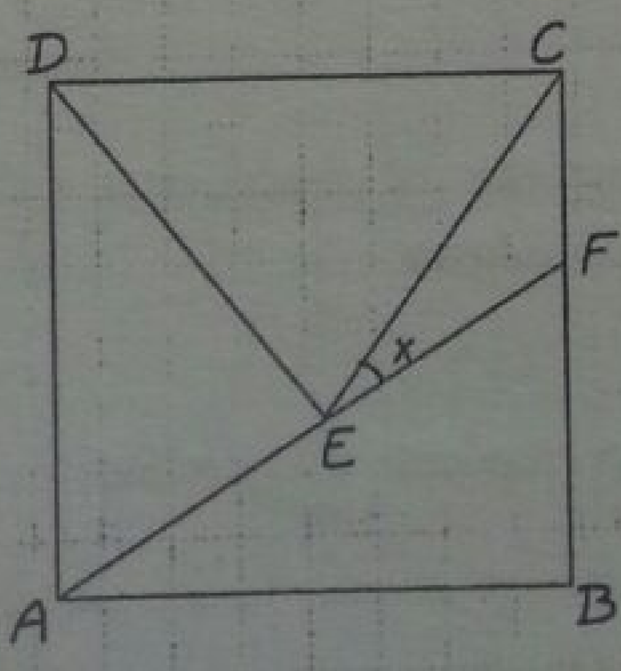


Karenin Özellikleri :

- Köşegenleri dik kesişir.
- Köşegenleri açıortaydır.
- Köşegen uzunlukları birbirine eşittir.
- Köşegenler birbirini ortalar.
- Alan (ABCD) $= a^2 = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2}$
- Çevre (ABCD) $= 4 \cdot a$

Çözümlü Örnekler

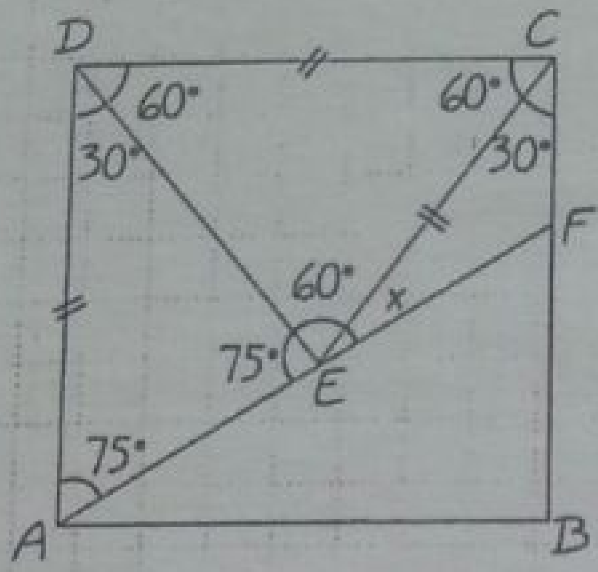
ÖRNEK



ABCD kare ve DEC eşkenar üçgen olduğuna göre,

$m(\widehat{CEF}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



DEC eşkenar üçgen olduğundan

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{ECD}) = 60°$ olur.

Buradan

$m(\widehat{ADE}) = 90° - 60° = 30°$ olur.

$|AD| = |DE|$ olduğundan

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{DEA})$

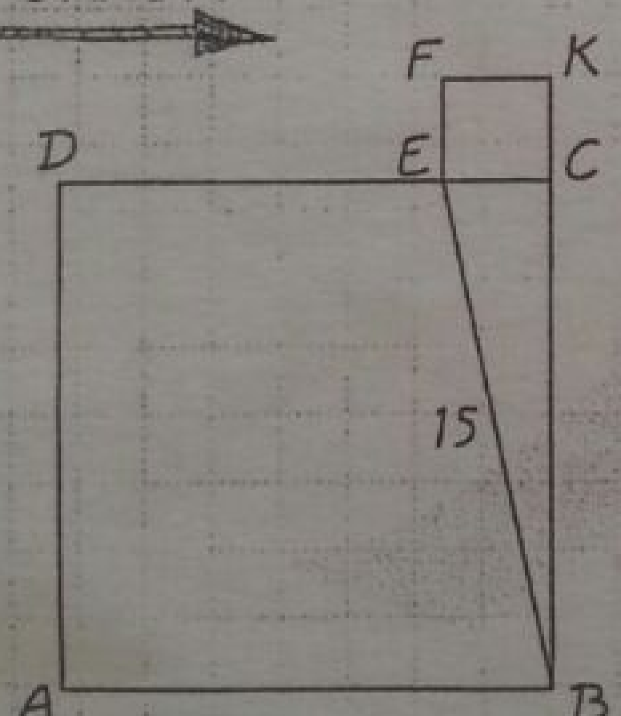
Dolayısıyla

$m(\widehat{DEA}) = \dfrac{180° - 30°}{2} = 75°$ olur.

Buradan

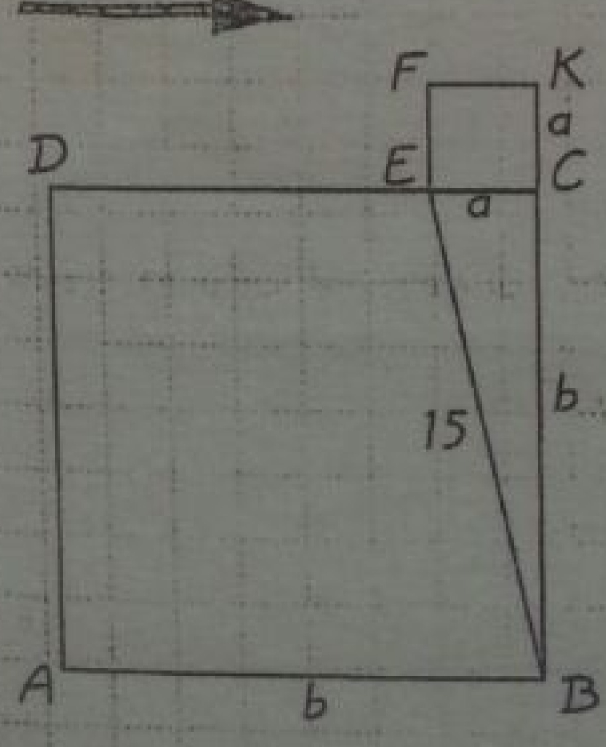
$x = 180° - (75° + 60°) = 180° - 135° = \underline{\underline{45°}}$

ÖRNEK



ABCD ve ECKF birer kare ve $|BE| = 15$ cm olduğuna göre, karelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

Çözüm



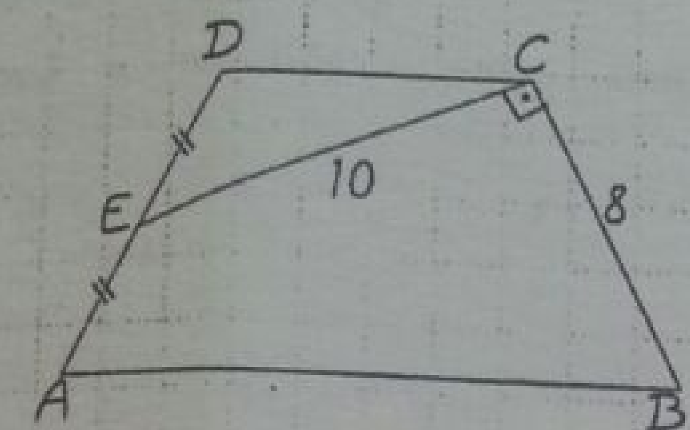
$|AB| = b$

$|EC| = a$

denirse karelerin alanlarının toplamı $a^2 + b^2$ olur. CEB dik üçgeninde Pisagor teoremi kullanılırsa
$a^2 + b^2 = 15^2 = 225$ olur.

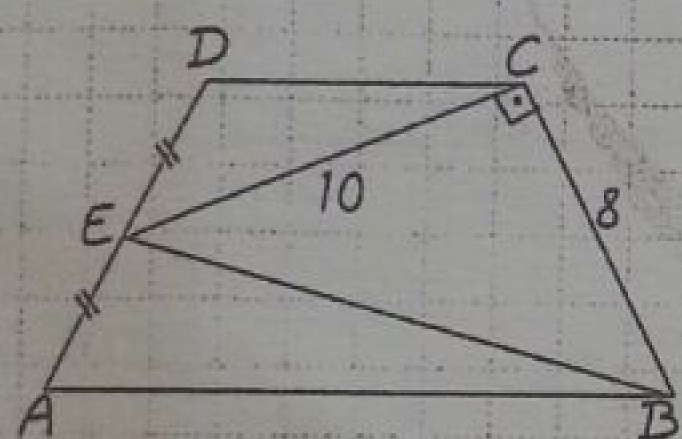
Dolayısıyla karelerin alanlarının toplamı $\underline{\underline{225}}$ cm^2'dir.

ÖRNEK



ABCD yamuğunda $|AE| = |ED|$ ve $|EC| = 10$ cm, $|CB| = 8$ cm ve $[CE] \perp [BC]$ olduğuna göre, $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

Çözüm

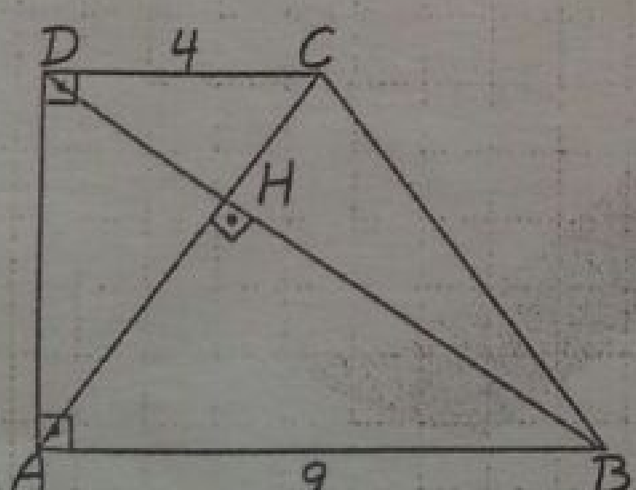


$[EB]$ çizilirse $A(\widehat{CEB}) = \dfrac{\cancel{8}^{4} . 10}{\cancel{2}} = 40 \text{ cm}^2$

Buradan

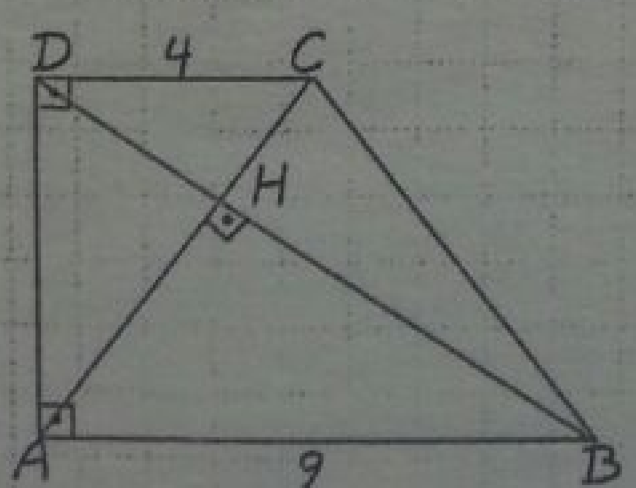
$A(ABCD) = 2 . A(\widehat{CEB}) = 2 . 40 = \underline{\underline{80 \text{cm}^2}}$ bulunur.

ÖRNEK



ABCD dik yamuğunda $[AC] \perp [BD]$, $|DC| = 4$ cm ve $|AB| = 9$ cm olduğuna göre, $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

Çözüm

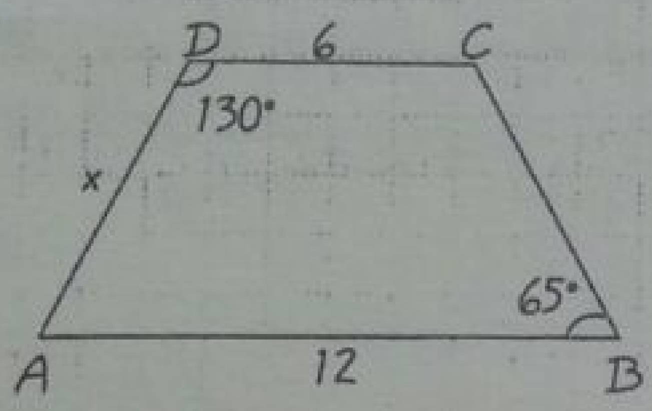


$[AC] \perp [BD]$ olduğundan $|AD|^2 = 4 . 9 \Rightarrow |AD| = 6$ cm olur.

Buradan

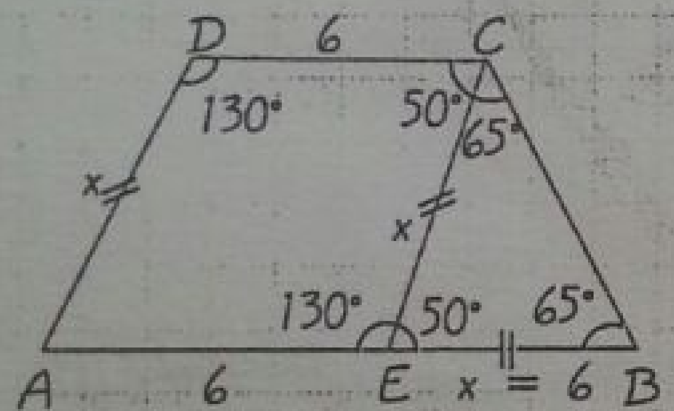
$A(ABCD) = \dfrac{(4+9) . \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} = 13.3 = \underline{\underline{39}} \text{ cm}^2$ bulunur.

ÖRNEK



ABCD yamuğunda verilenlere göre, |AD| = x kaç cm'dir?

Çözüm



[CE] // [AD] çizilirse AECD paralelkenar olur.

Dolayısıyla

$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{AEC}) = 130°$ ve

$m(\widehat{DCE}) = 180° - 130° = 50°$ (İç ters açı) olur.

CEB üçgeninde iç açı ölçülerinin toplamından

$m(\widehat{ECB}) = 180° - (50° + 65°)$

$= 180° - 115°$

$= 65°$ olur.

Dolayısıyla

$|AD| = |CE| = |EB| = x$ olur.

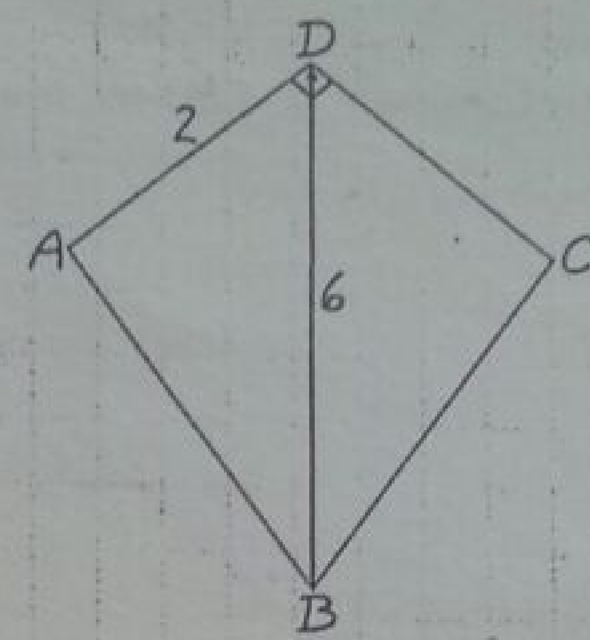
$|DC| = |AE| = 6$ cm ve $|AB| = 12$ cm olduğundan

$|AD| = |EB|$

$= 12 - 6$

$= 6$ cm olur.

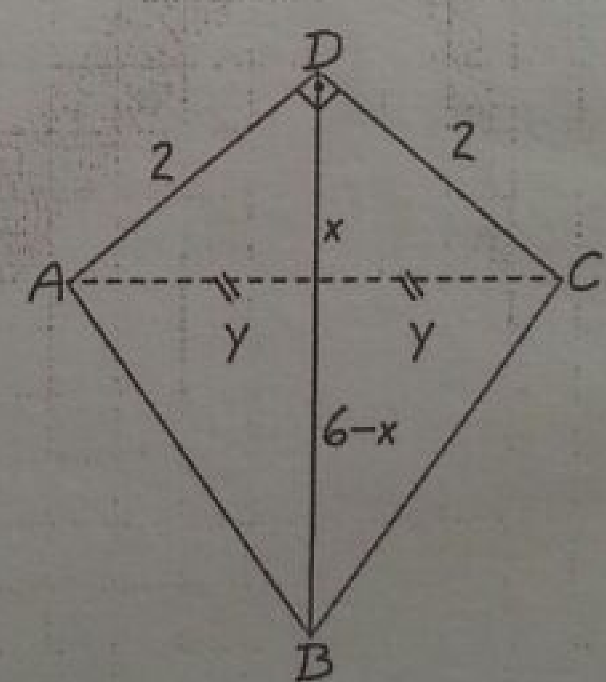
ÖRNEK



Şekilde ABCD deltoid, [AD] ⊥ [DC], $|AD| = |DC|$, $|AD| = 2$ cm , $|DB| = 6$ cm is

A(ABCD) kaç cm^2 dir?

Çözüm



$x^2 + y^2 = 4$ Pisagor

$x^2 = y^2 = 4$ Öklit

$2y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 2 \Rightarrow y = \sqrt{2}$ olur.

$|AC| = 2y = 2\sqrt{2}$ bulunur.

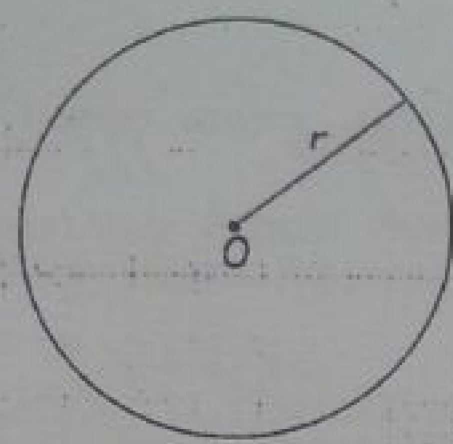
$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot ef$

$= \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6 = 6\sqrt{2}\ cm^2$ olur.

ÇEMBER - DAİRE

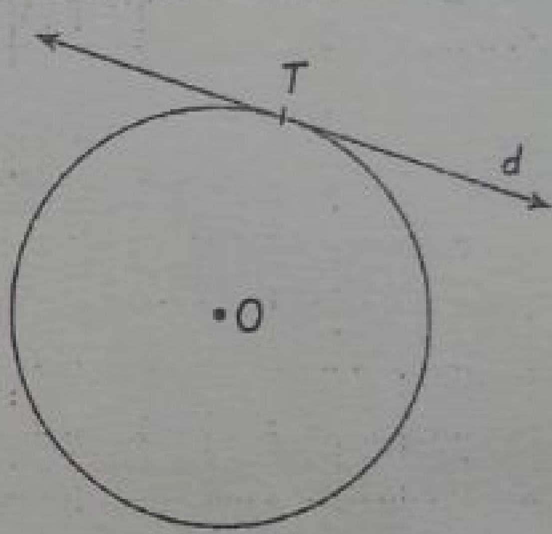
Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0-1 soru" sorulmaktadır.

Çember

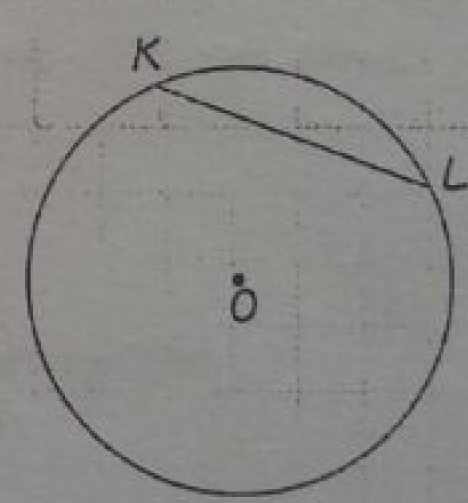


Çemberde Yardımcı Elemanlar :

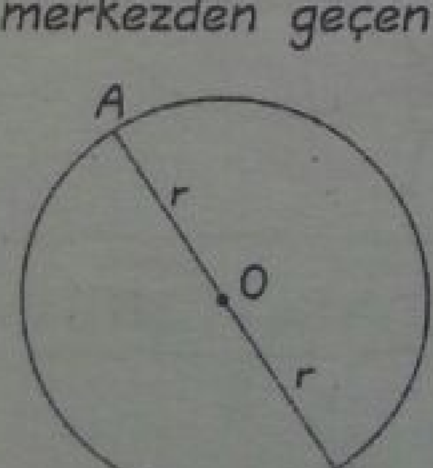
Teğet: Çemberi bir noktada kesen doğru parçasıdır.



Kiriş: Çemberi iki noktada kesen doğru parçasıdır.



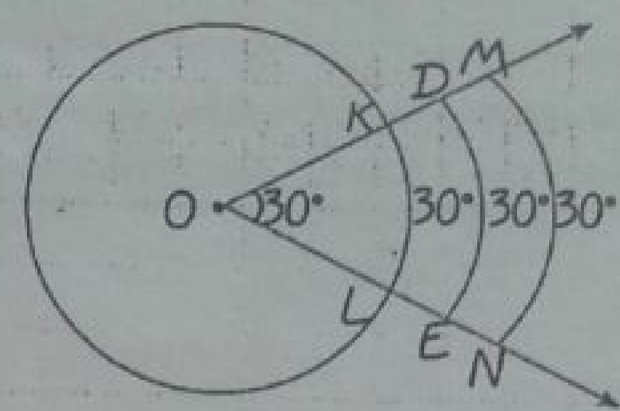
Çap: Çemberde merkezden geçen kirişe çap denir. Çap çemberdeki en uzun kiriştir.



$Çap = |AB| = 2r$

Çemberde Açı Özellikleri :

Merkez Açı: Gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

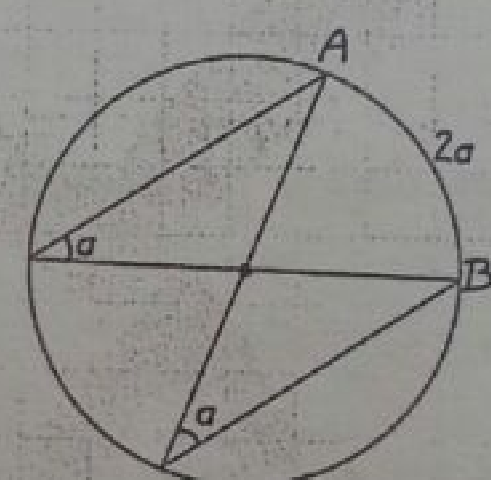


$m(\overset{\frown}{KL}) = m(\overset{\frown}{DE}) = m(\overset{\frown}{MN}) = 30°$ dir.

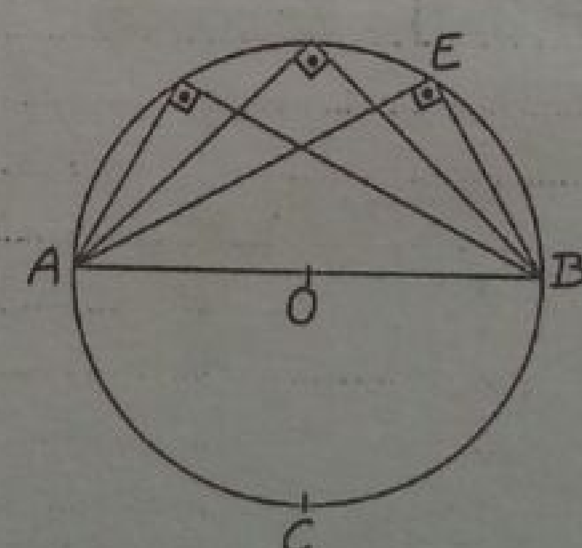
Yaylar açı ölçüsü olarak eşittir. Fakat yaylar uzunluk olarak eşit değildir.

$|\overset{\frown}{KL}| < |\overset{\frown}{DE}| < |\overset{\frown}{MN}|$ dir.

Çevre Açı: Gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir. Aynı yayı gören çevre açılar birbirine eşittir.

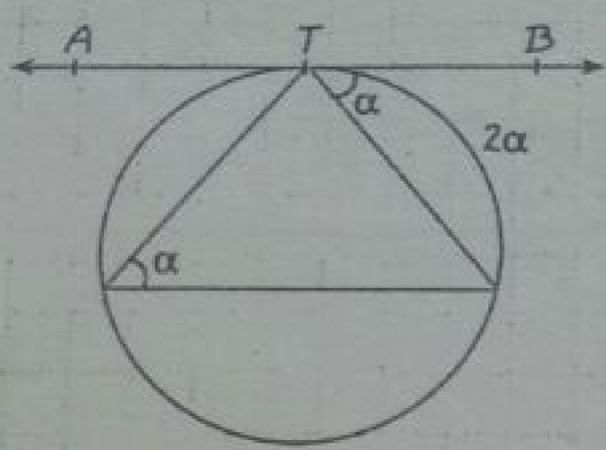


Çapı gören çevre açı 90° dir.



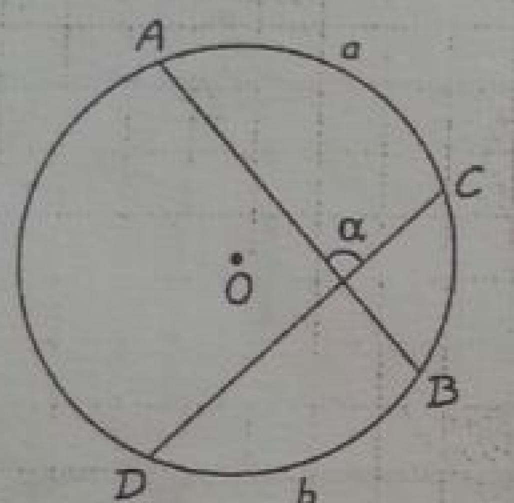
$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\overset{\frown}{ACB})}{2}$$

Teğet - Kiriş Açı: Gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



Aynı yayı gören çevre açı ile teğet kiriş açı birbirine eşittir.

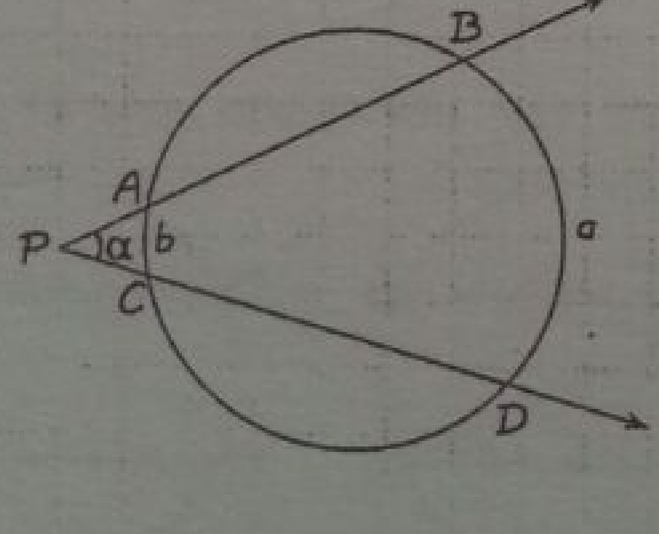
İç Açı: Gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısına eşittir.



$$\alpha = \frac{m(\widehat{AC}) + m(\widehat{DB})}{2} \text{ veya}$$

$$\alpha = \frac{a+b}{2} \text{ dir.}$$

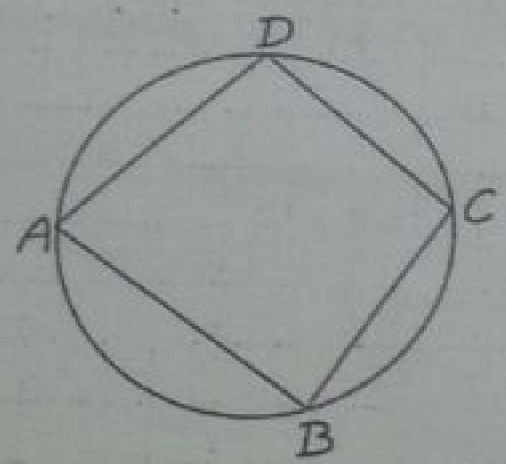
Dış Açı: Gördüğü yayların ölçüleri farkının yarısına eşittir.



$$\alpha = \frac{m(\widehat{BD}) - m(\widehat{AC})}{2} \text{ veya}$$

$$\alpha = \frac{a-b}{2} \text{ dir.}$$

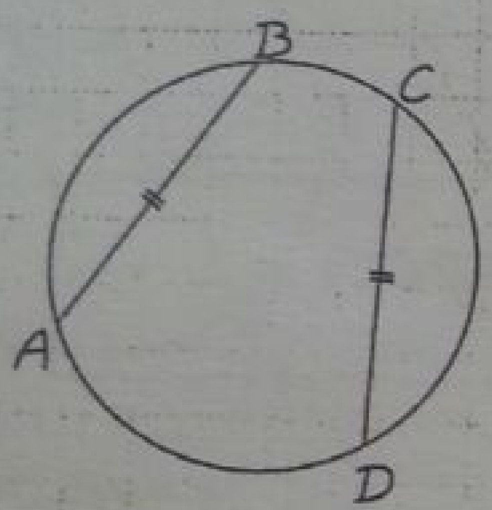
Kirişler Dörtgeni : Karşılıklı açılar toplamı 180° dir.



$m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = 180°$

$m(\widehat{D}) + m(\widehat{B}) = 180°$

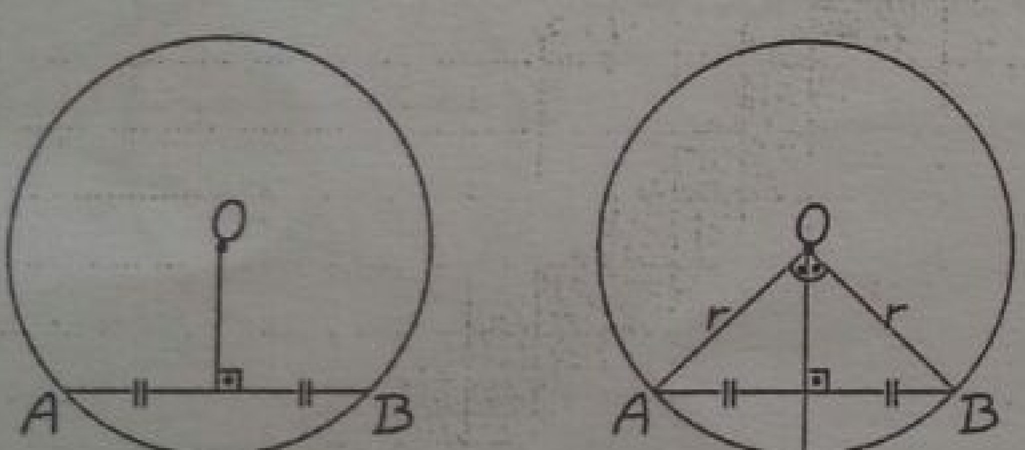
Eşit kirişlerin ayırdığı yaylar hem açı hem de uzunluk olarak eşittir.



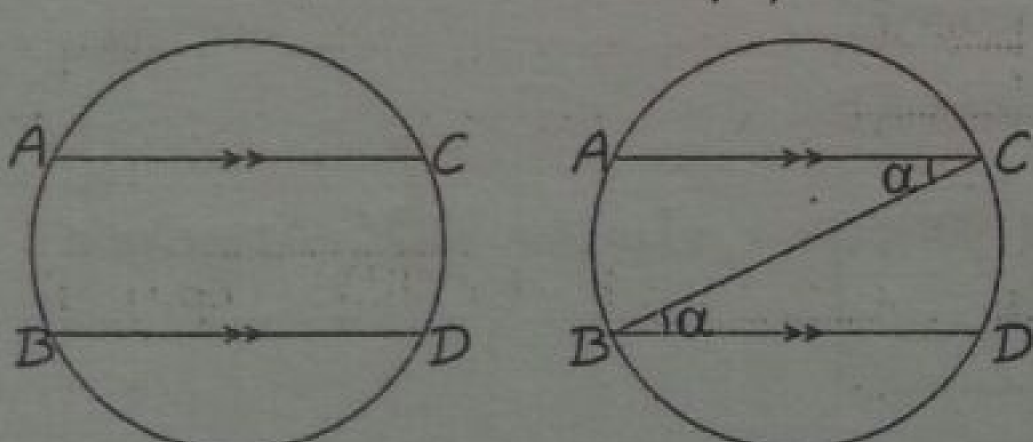
$|AB| = |CD| \Leftrightarrow m(\overparen{AB}) = m(\overparen{DC})$

$|\overparen{AB}| = |\overparen{DC}|$ dir.

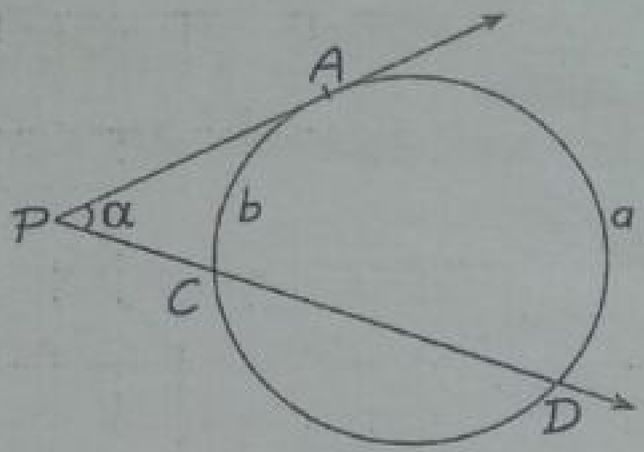
Merkezden kirişe indirilen dikme hem kiriş hem de yayı ortalar.



Paralel kirişler arasındaki yay uzunlukları eşittir.

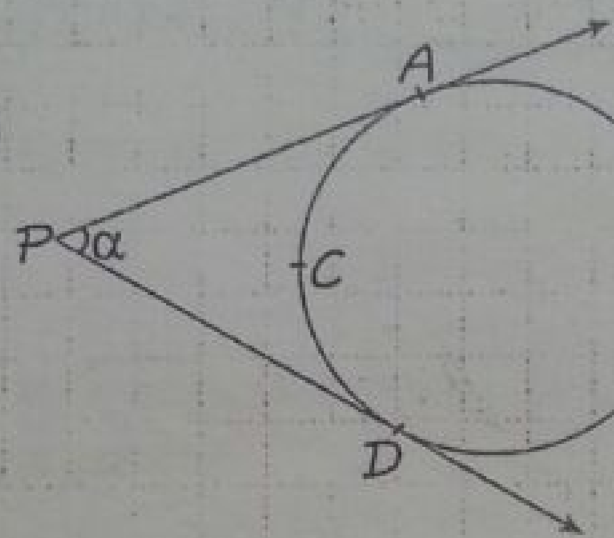


$[AC] \parallel [BD] \Leftrightarrow |\overparen{AB}| = |\overparen{DC}|$ dir.

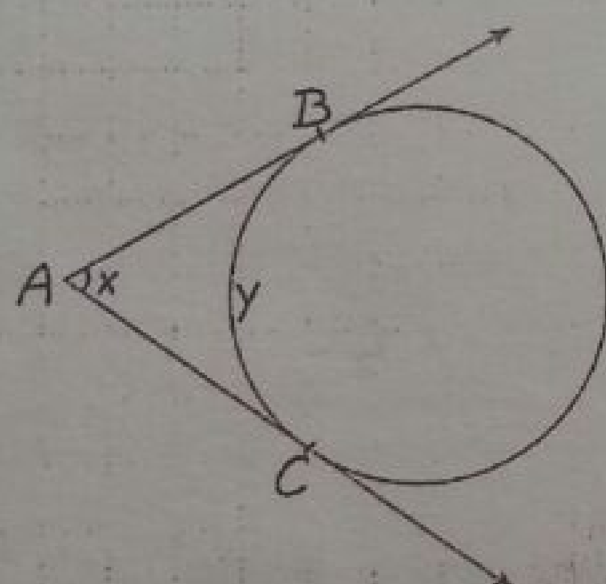


$$\alpha = \frac{m(\overset{\frown}{AD}) - m(\overset{\frown}{AC})}{2} \text{ veya}$$

$$\alpha = \frac{a-b}{2}$$



$$\alpha = \frac{m(\overset{\frown}{ABD}) - m(\overset{\frown}{ACD})}{2}$$

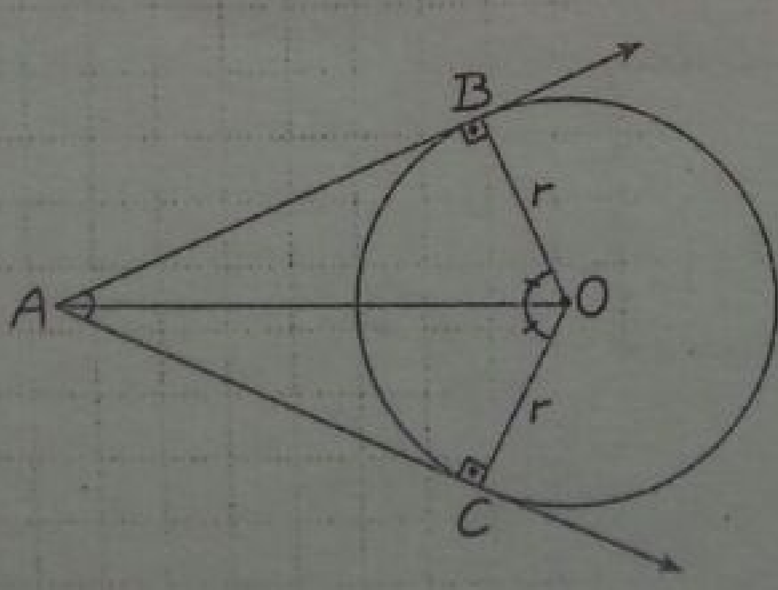


$$x + y = 180^\circ$$

Bir noktadan çembere çizilen teğet uzunlukları eşittir.

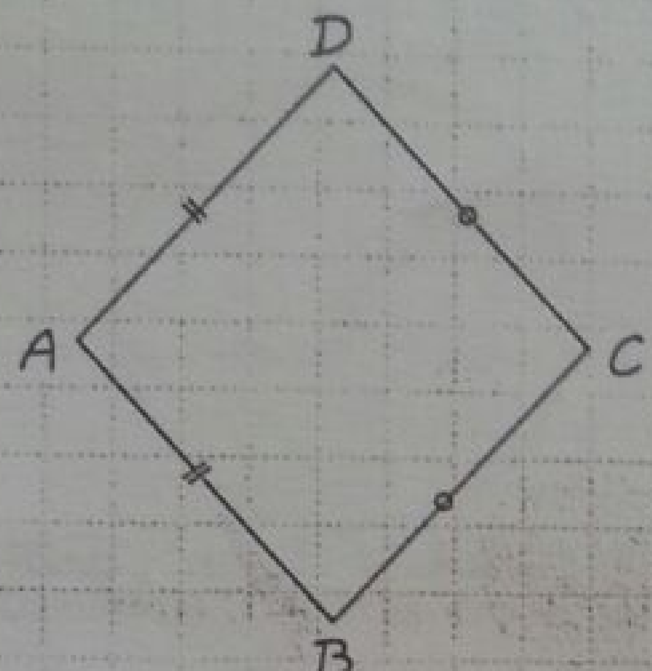
$|AB| = |AC|$ dir.

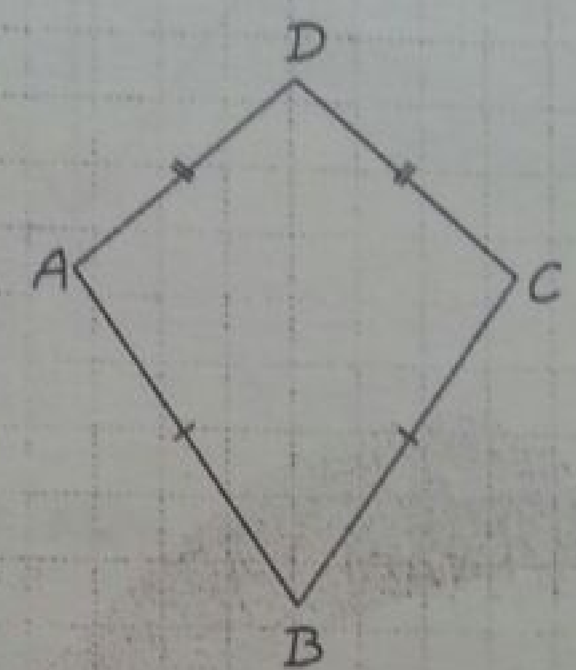
Yarıçap teğete değme noktasında diktir.



Deltoid

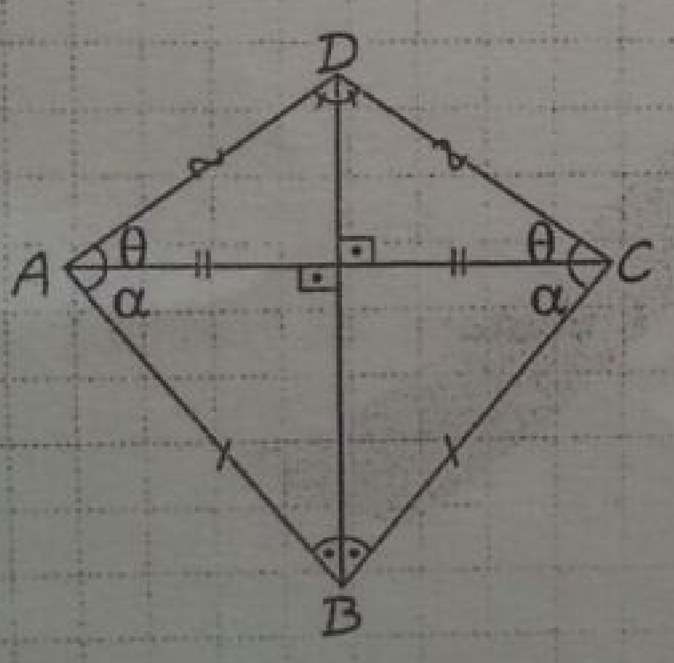
Taban tabana yapıştırılmış iki ikizkenar üçgenden oluşan şekile deltoid denir.





Deltoidin Özellikleri :

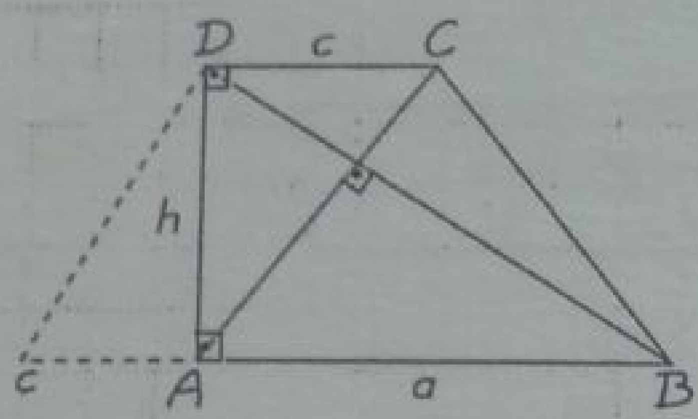
- Köşegenleri dik kesişir.



- [BD] simetri eksendir.

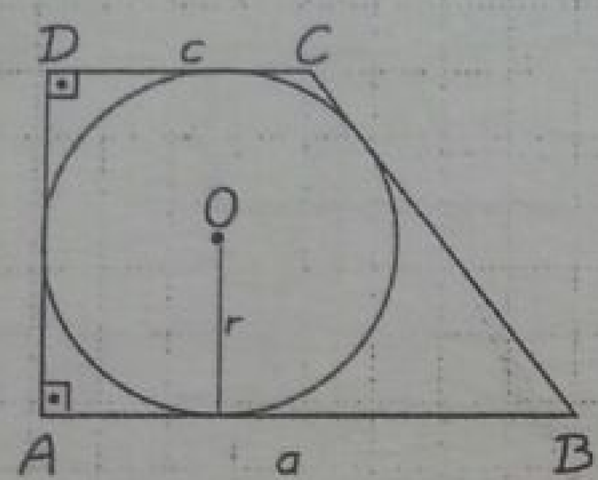
- $|AC| = e$, $|BD| = f$ olmak üzere:

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} e \cdot f$$



Dik yamukta köşegenler dik kesişiyorsa

$$\boxed{h = \sqrt{a \cdot c}}$$

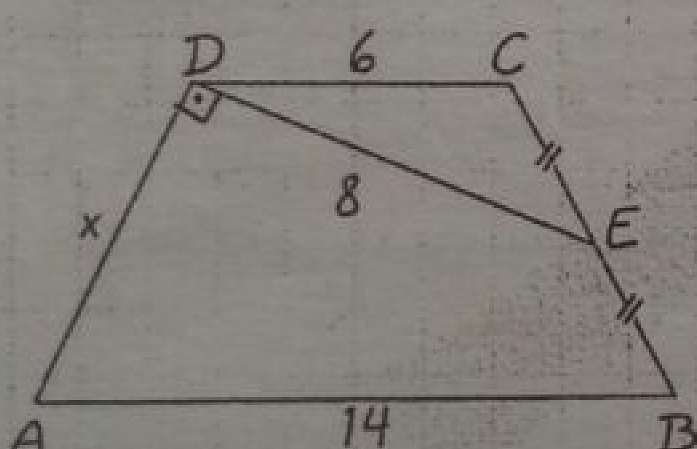


İç teğet çemberi verilen dik yamukta

$$\boxed{h = 2r = \frac{2ac}{a+c}}$$

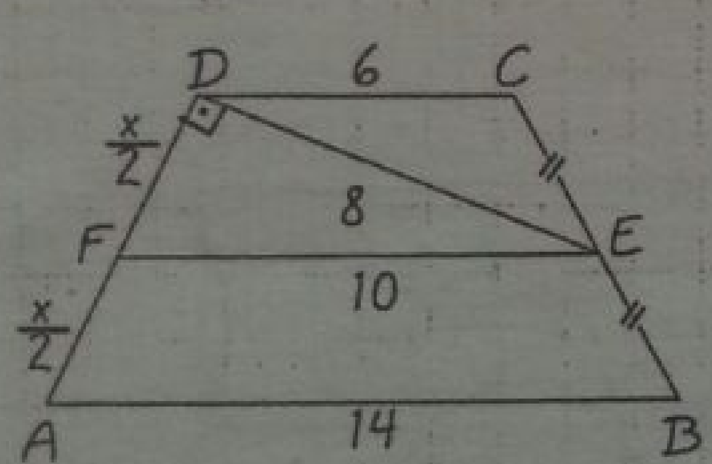
Çözümlü Örnekler

ÖRNEK



ABCD yamuğunda verilenlere göre, $|AD| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



$[EF] \parallel [AB]$ çizilirse $|CE| = |EB|$ olduğundan

$|DF| = |FA| = \frac{x}{2}$ ve $|EF| = \frac{14+6}{2} = 10$ cm olur.

DFE dik üçgeninde

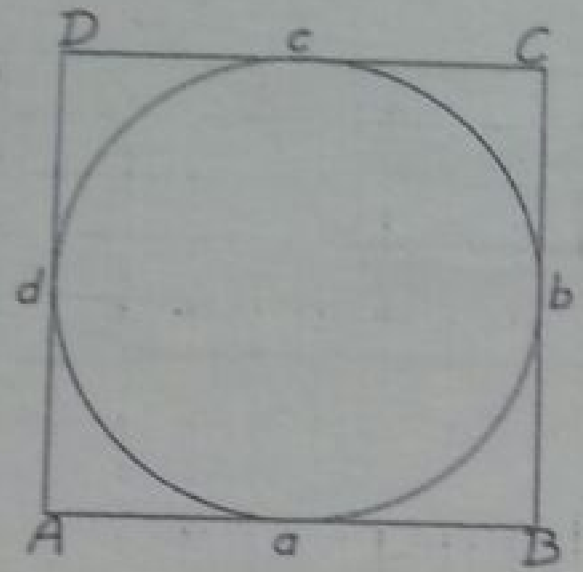
Pisagor teoremi uygulanırsa

6 - 8 - 10 üçgeninden

$\frac{x}{2} = 6 \Rightarrow x = \underline{12}$ cm olur.

Çemberde Uzunluk Özellikleri :

Teğetler Dörtgeni :



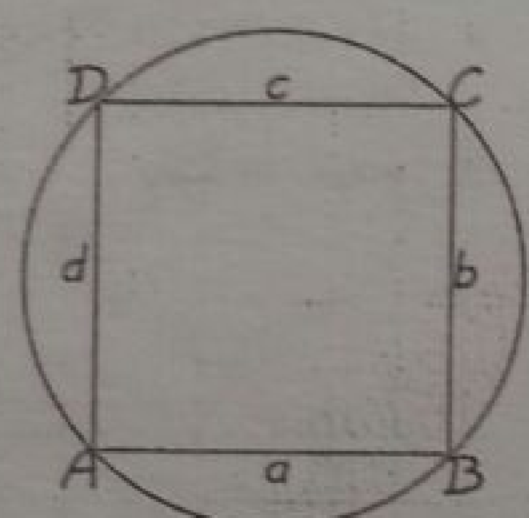
Karşılıklı kenarların uzunlukları toplamı eşittir.

$$\boxed{a + c = b + d}$$

Teğetler dörtgeninde alan:

$$u = \frac{Çevre(ABCD)}{2} = \frac{a+b+c+d}{2} \quad \longrightarrow \quad \boxed{A(ABCD) = u \cdot r}$$

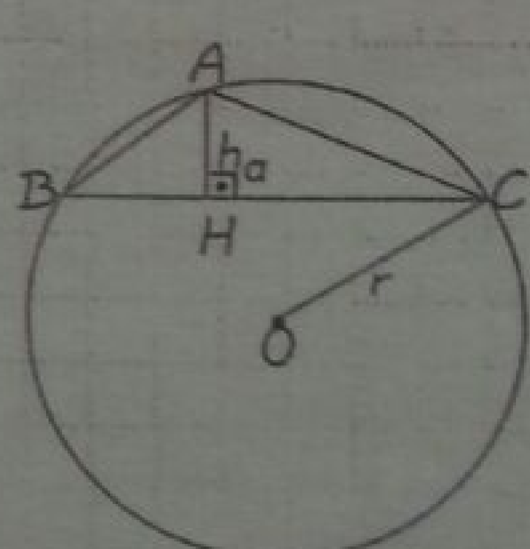
Kirişler Dörtgeni :



$$a \cdot c + b \cdot d = |AC| \cdot |DB|$$

$A(ABCD) = \sqrt{u.(u-a).(u-b).(u-c).(u-d)}$ dir.

$$u = \frac{Çevre(ABCD)}{2} = \frac{a+b+c+d}{2}$$



Çevrel çemberinin yarıçapı r olan bir ABC üçgeninde:

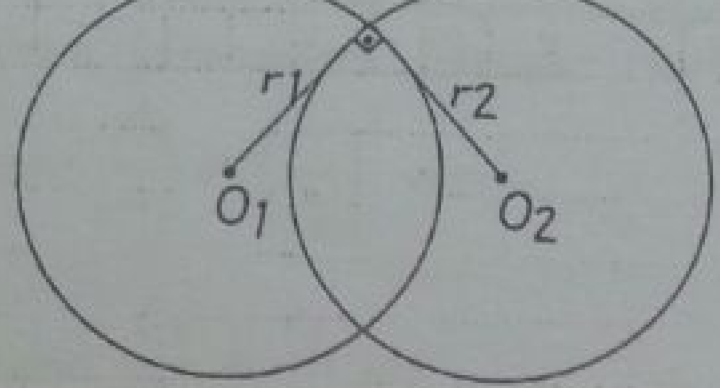
$|AB| = c$

$|AC| = b$ ise

$$\boxed{b \cdot c = 2r \cdot h_a}$$

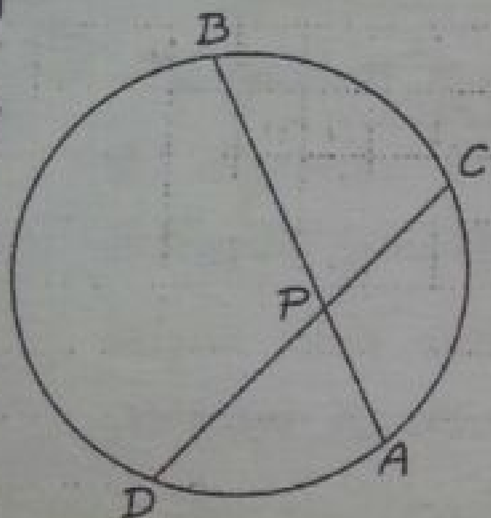
Dik Kesişen Çemberler :

Yarıçapları birbirine dik olan çemberlere denir.



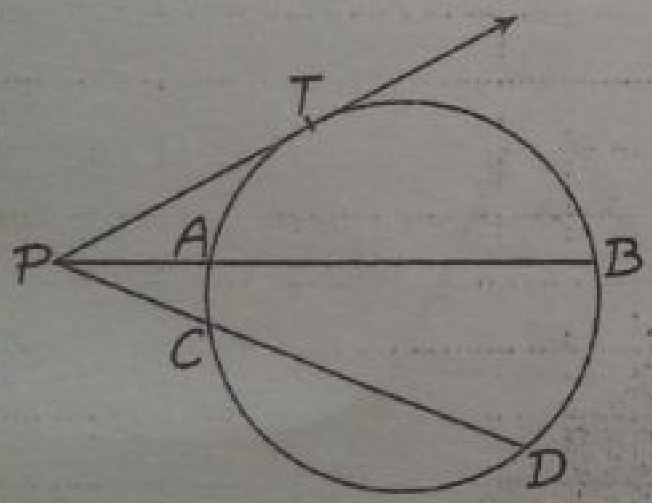
Çemberde Kuvvet :

İç Kuvvet :



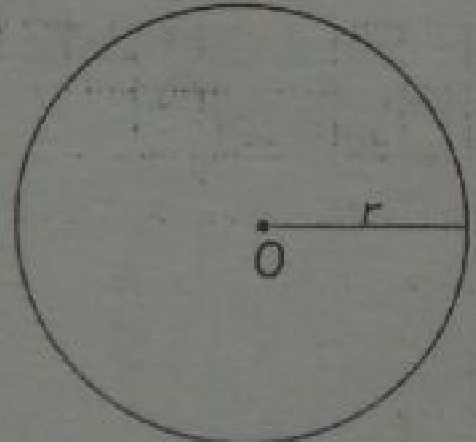
$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$$

Dış Kuvvet :



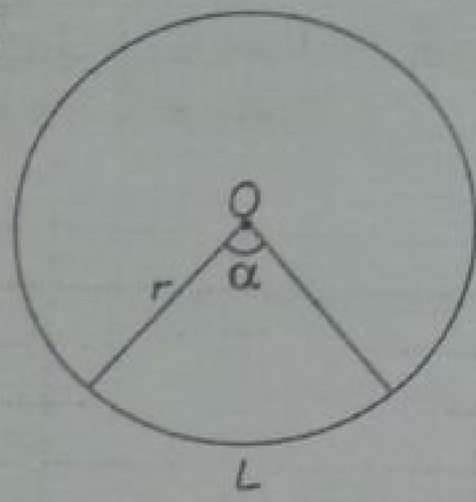
$$|PT|^2 = |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$$

Daire



Yarıçapı r olan dairenin alanı:

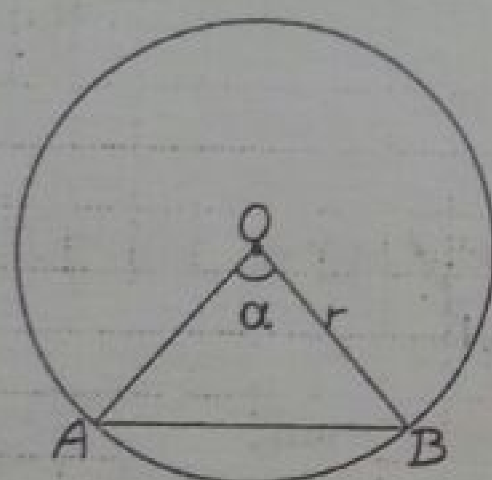
$$\boxed{A = \pi r^2 \text{ dir.}}$$



Daire diliminin alanı:

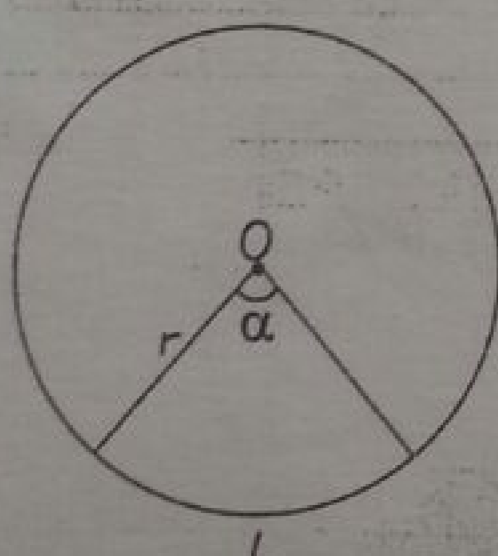
$$\text{Alan} = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Daire kesmesinin alanı:

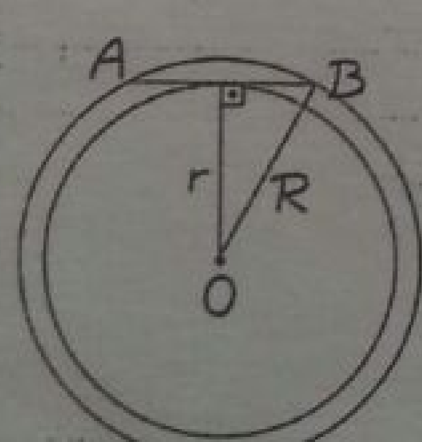


$$\text{Taralı Alan} = \pi r^2 \frac{\alpha}{360^\circ} - A(\widehat{ABO})$$

Yarıçapı r olan ve yay uzunluğu L birim olan daire diliminin alanı:

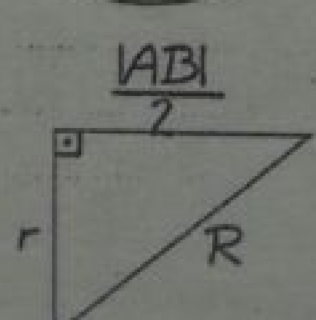


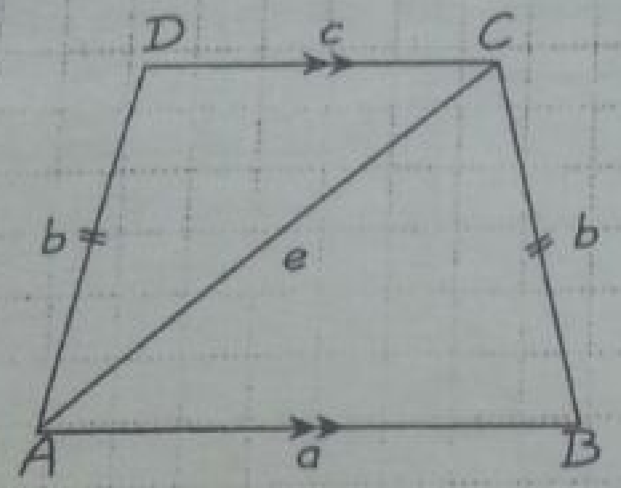
$$A = \frac{L \cdot r}{2}$$



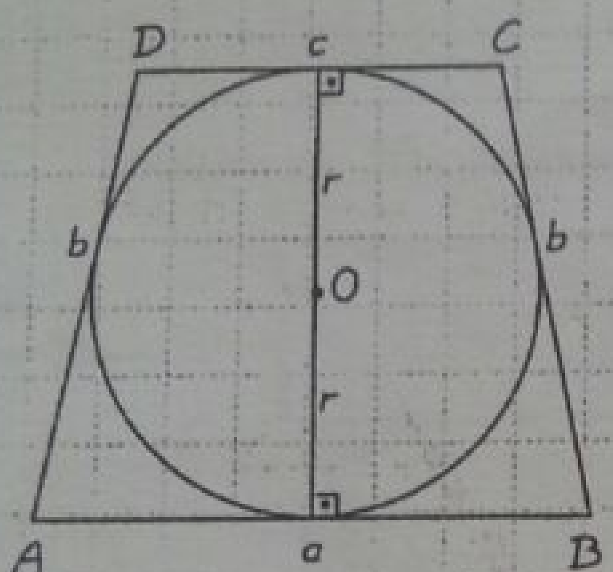
Merkezleri aynı olan iki dairenin oluşturduğu halkanın alanı:

Taralı Alan: $\pi(R^2 - r^2)$ dir veya Taralı Alan: $\pi \cdot \frac{|AB|^2}{4}$

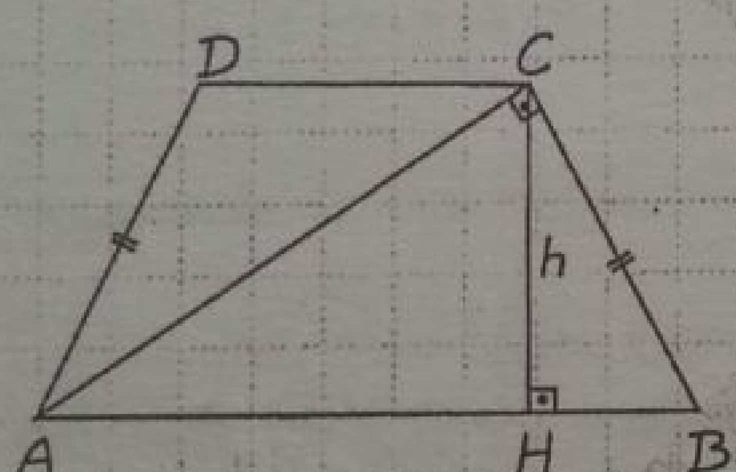




$$e^2 - b^2 = a \cdot c$$



$$h = 2r \quad h = \sqrt{a \cdot c}$$

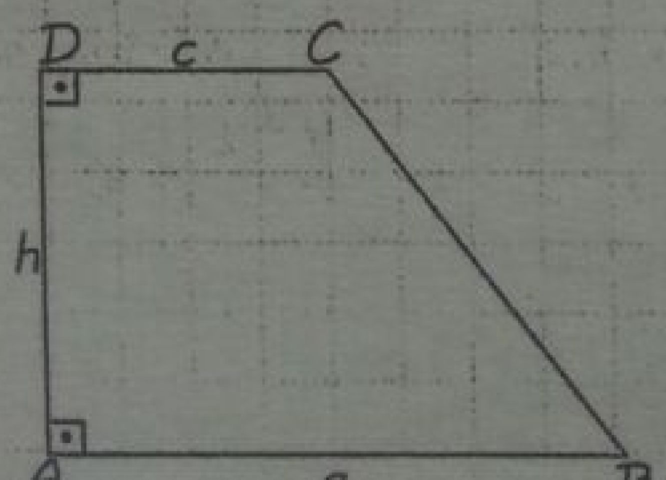


$|AB| = a$

$|DC| = c$

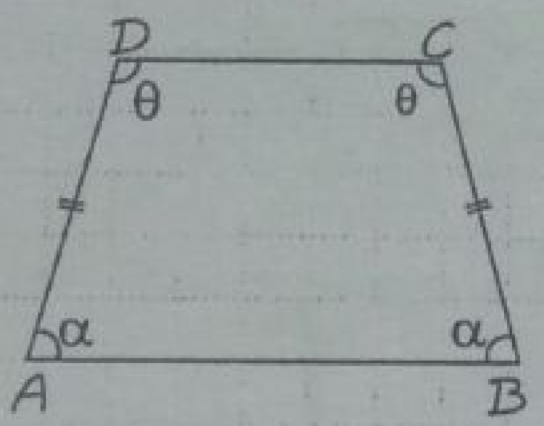
$$h = \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{2} \text{ ve } |AH| = \frac{a+c}{2}$$

Dik Yamuk :



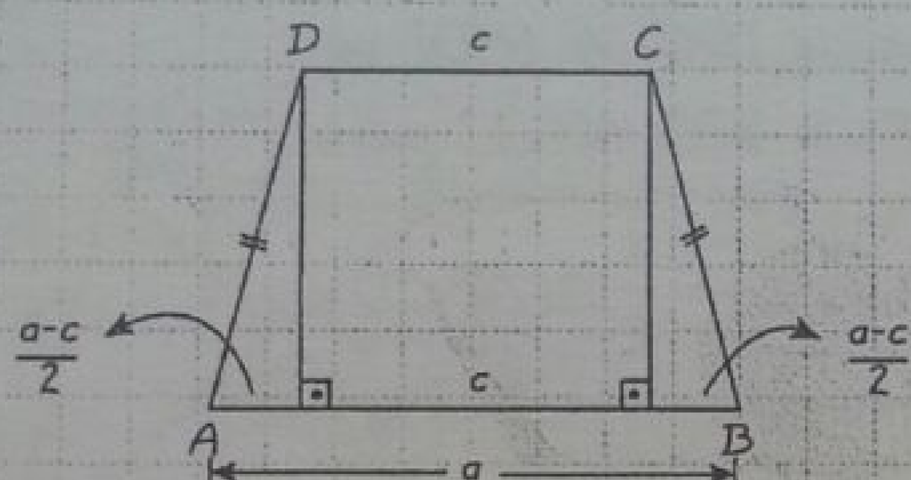
$$A(ABCD) = \frac{(a+c)}{2} \cdot h$$

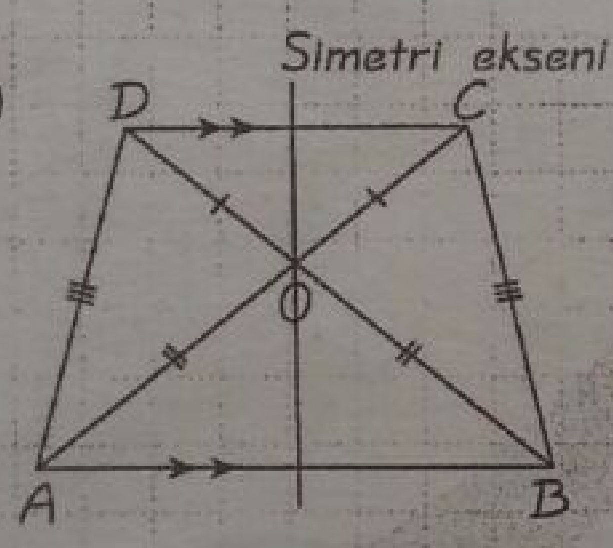
İkizkenar Yamuk :



Taban açıları ve yan kenarları eşit yamuğa denir.

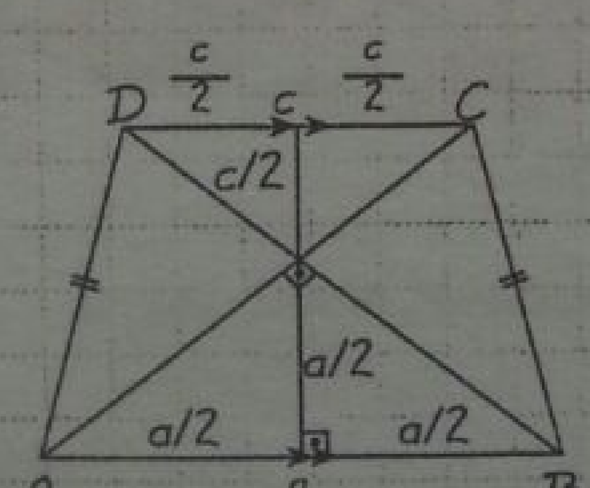
$a + \theta = 180^\circ$ dir.





$|AO| = |BO|$ ve

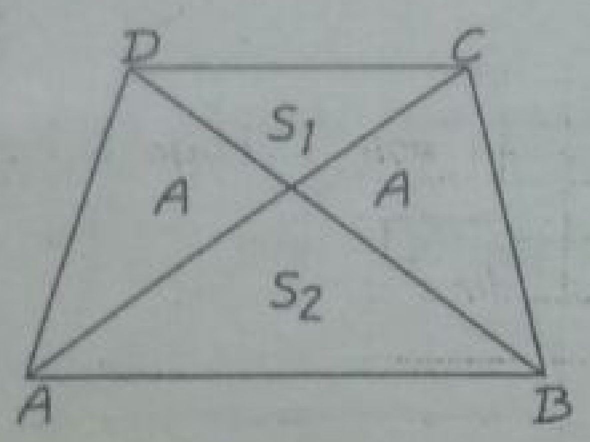
$|DO| = |CO|$ dır.



İkizkenar yamukta köşegenler dik kesişiyor ise

$$A(ABCD) = \frac{(a+c)}{2} \cdot h \Rightarrow h = \frac{a+c}{2}$$

$$A(ABCD) = h^2 \text{ dir.}$$

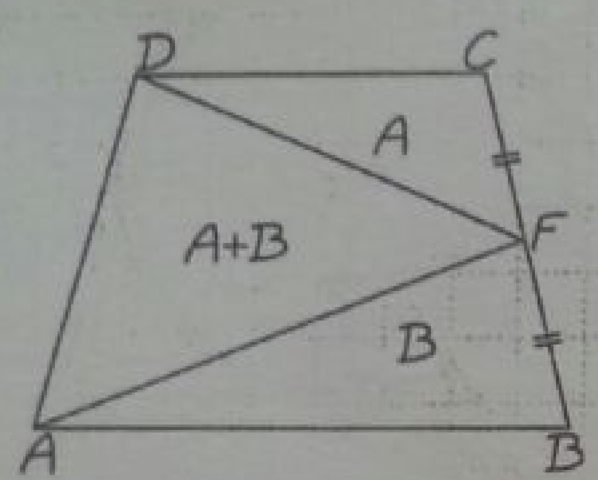


Şekilde [DC] // [AB] ise

$A \cdot A = S_1 \cdot S_2$ dir.

$$A^2 = S_1 \cdot S_2$$

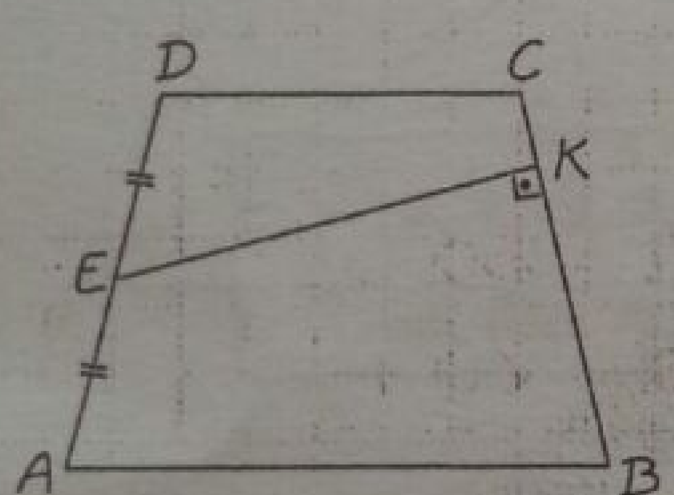
$$\boxed{A = \sqrt{S_1 \cdot S_2}}$$



Şekilde [DC] // [AB] ve

|CF| = |FB| olmak üzere

$$\boxed{A(\widehat{AFD}) = \frac{1}{2} \cdot A(ABCD) \text{ dir.}}$$



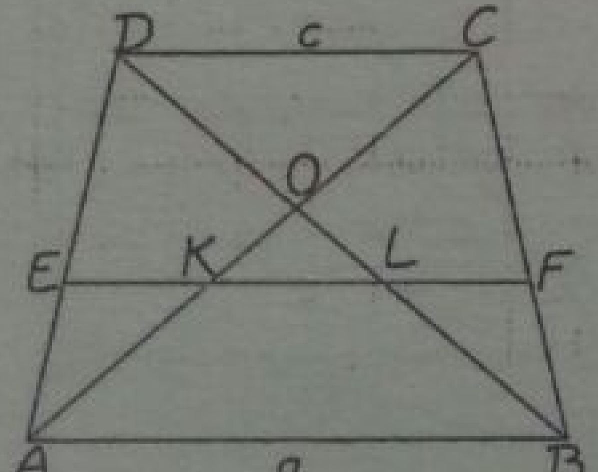
Şekilde

[DC] // [AB],

[EK] ⊥ [BC] ve

|DE| = |EA| ise

$$\boxed{A(ABCD) = |EK| \cdot |CB| \text{ dir.}}$$



Şekilde,

[DC] // [AB],

E, F orta noktalar olmak üzere

$$\left.\begin{array}{l} |EK| = \dfrac{c}{2} \\[2ex] |KF| = \dfrac{a}{2} \end{array}\right\} \longrightarrow \boxed{|KL| = \frac{a-c}{2} \text{ dir.}}$$

Dairedeki Benzerlik :

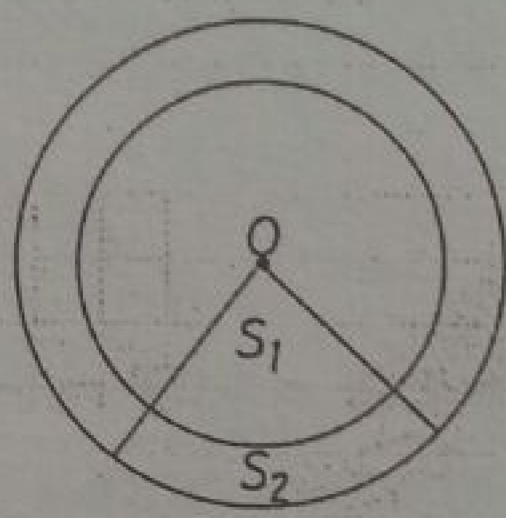
Bütün daireler benzerdir.

Benzerlik oranı yarıçapları oranıdır. Herhangi iki dairenin yarıçapları r_1 ve r_2 olsun,

Alanları Oranı: $\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ dir.

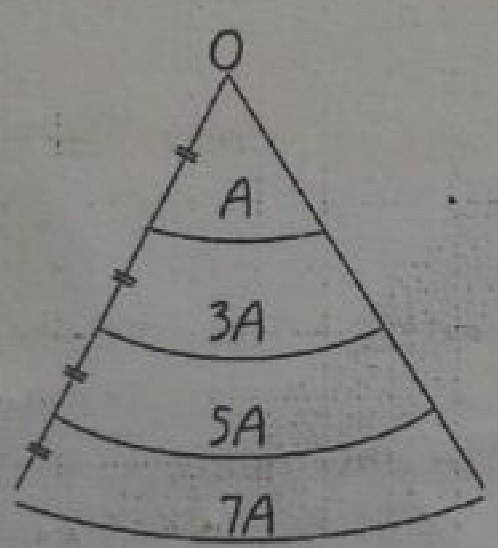
Çevresel Oranı: $\frac{Ç_1}{Ç_2} = \frac{r_1}{r_2}$ dir.

Merkezleri aynı olan iki daireden küçük dairenin yarıçapı r_1 ve büyük olan dairenin yarıçapı r_2 olsun.

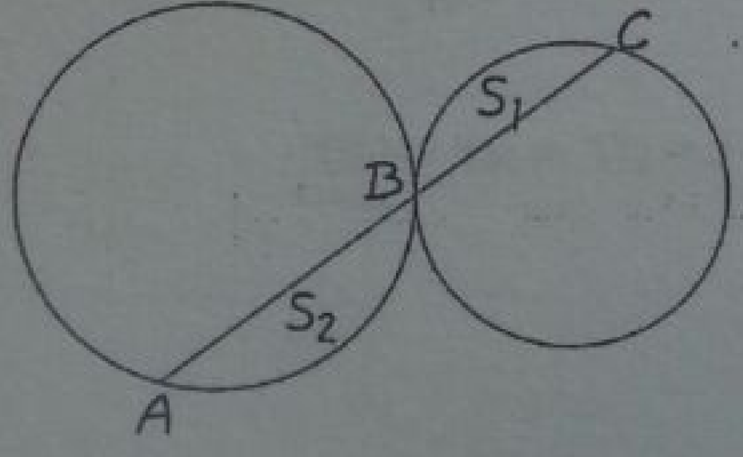


$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \text{ dir.}$$

Üçgendeki benzerlik aynen geçerlidir.



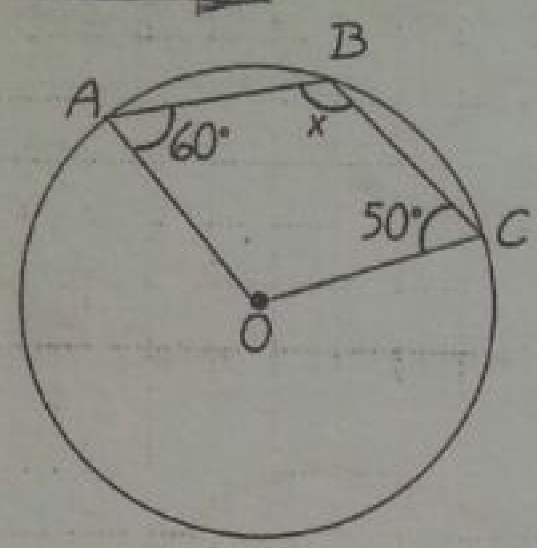
Birbirine teğet dairelerde



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{|BC|}{|AB|}\right)^2 \text{ dir.}$$

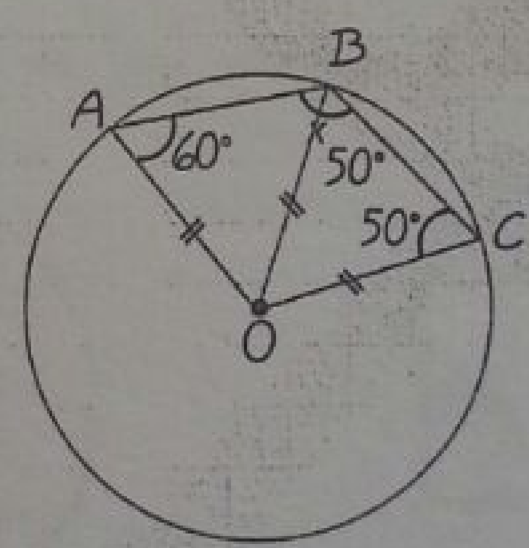
Çözümlü Örnekler

ÖRNEK



O merkezli çemberde verilenlere göre, $m(\widehat{ABC})=x$ kaç derecedir?

Çözüm



[OB] çizilirse [OA] , [OB] ve [OC] yarıçap olduğundan

$|OA| = |OB| = |OC|$ olur.

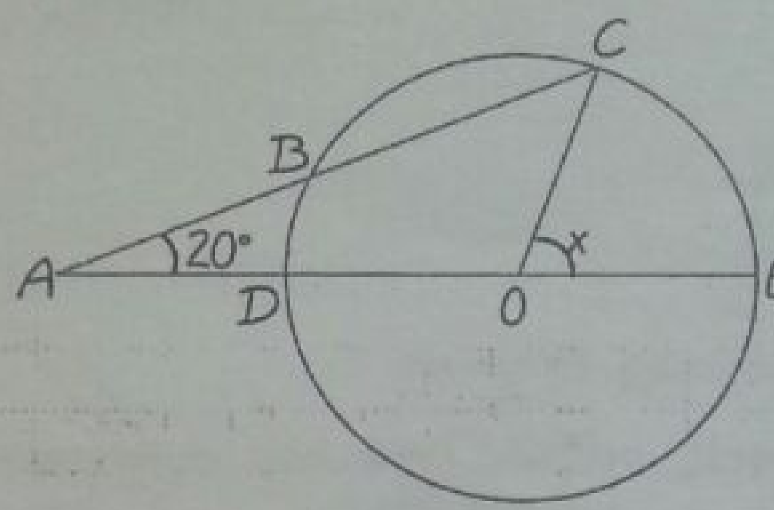
Buradan

$m(\widehat{OAB})=m(\widehat{ABO})=60°$

$m(\widehat{OCB})=m(\widehat{CBO})=50°$

$m(\widehat{ABC})=x=60°+50°=\underline{\underline{110°}}$

ÖRNEK

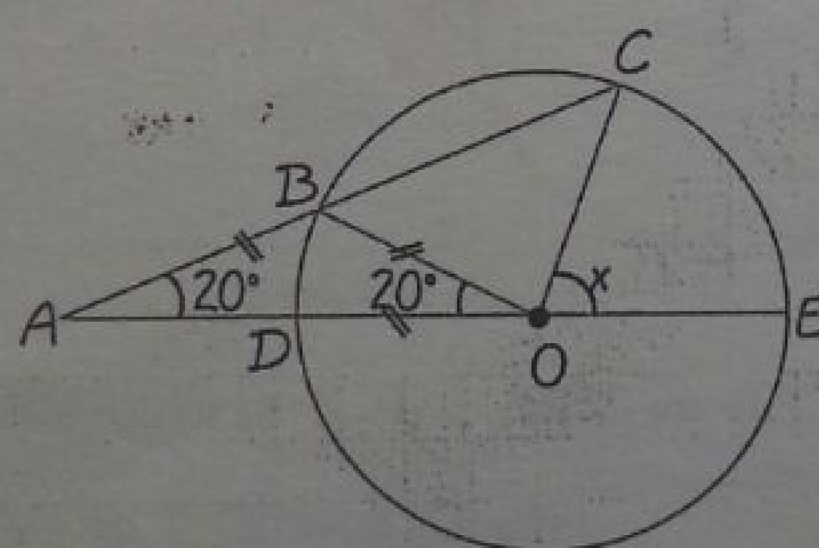


O merkezli çemberde

$|AB| = |OD|$ ve $m(\widehat{BAO}) = 20°$ olduğuna göre,

$m(\widehat{COE}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



$[OB]$ çizilirse $|AB| = |OB| = |OD|$ olur.

Buradan

$m(\widehat{BAO}) = m(\widehat{BOA}) = 20°$ olur. $m(\widehat{BOA})$ merkez açı olduğundan $m(\widehat{BD}) = 20°$ olur. $m(\widehat{COE}) = x$ merkez açı olduğundan $m(\widehat{CE}) = x$ olur.

Buradan

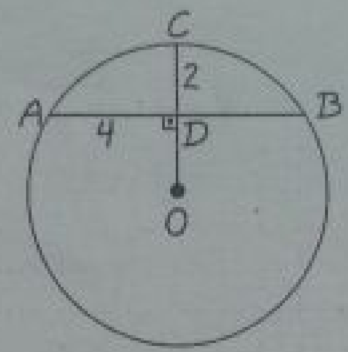
$$m(\widehat{BAO}) = \frac{m(\widehat{CE}) - m(\widehat{BD})}{2}$$

$$20° = \frac{x - 20°}{2}$$

$$40° = x - 20°$$

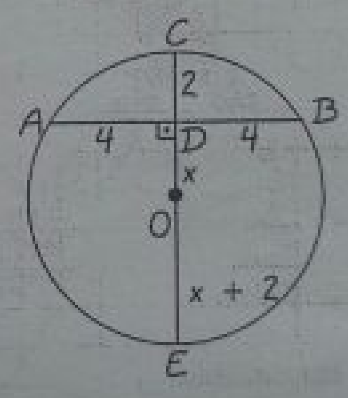
$$x = \underline{\underline{60°}}$$

ÖRNEK



O merkezli çemberde verilenlere göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

Çözüm



[OE] çizilip |OD|'ye x denirse |OE| = x + 2 olur.

Buradan

$$|AD| \,.\, |DB| = |CD| \,.\, |OE|$$

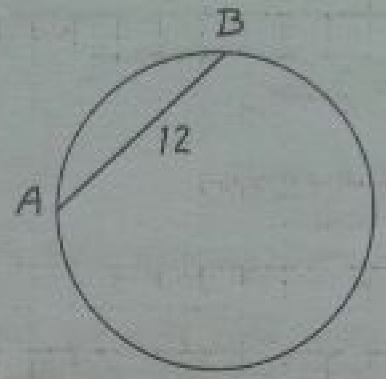
$$4 \,.\, \cancel{4}^2 = \cancel{2} \,.\, [x + (x + 2)]$$

$$8 = 2x + 2$$

$$6 = 2x$$

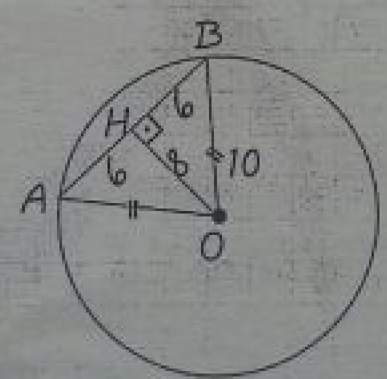
$$\underline{\underline{x = 3 \text{ cm}}}$$

ÖRNEK



Şekildeki çemberde [AB] kirişinin merkeze uzaklığı 8 cm ve |AB| = 12 cm olduğuna re, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

Çözüm

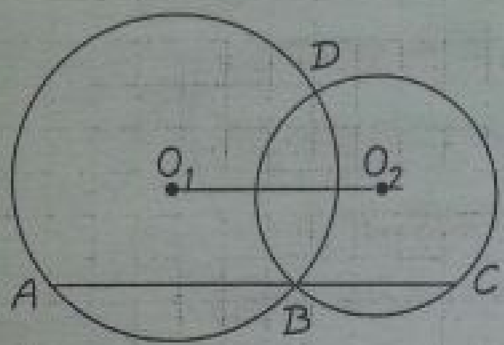


[OH] ⊥ [AB] çizilirse |AH| = |HB| = 6 cm olur.

BHO dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa 6 - 8 - 10 üçgeninden

|OB| = 10 cm bulunur.

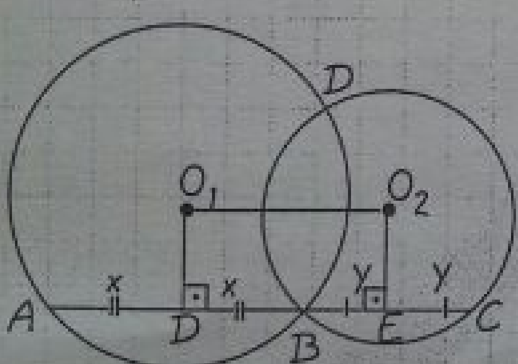
ÖRNEK



O_1 ve O_2 merkezli çemberler B ve D noktalarında kesişmektedir.

$[O_1 O_2] \parallel [AC]$ ve $|AC| = 16$ cm olduğuna göre, $|O_1 O_2|$ kaç cm'dir?

Çözüm



$[O_1D] \perp [AB]$ ve $[O_2E] \perp [BC]$ çizilirse

$|AD| = |DB| = x$ ve

$|BE| = |EC| = y$ olur.

$|AC| = 16$ cm olduğundan

$2x + 2y = 16$

$2 \cdot (x + y) = 16$

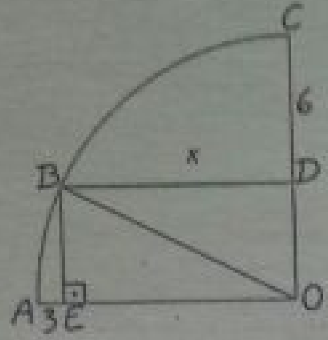
$x + y = 8$ cm olur.

$[O_1O_2] \parallel [AC]$ ve $[O_1D] \parallel [O_2E]$

olduğundan

$|O_1O_2| = |DE| = x + y = 8$ cm

ÖRNEK



O merkezli çeyrek çemberde

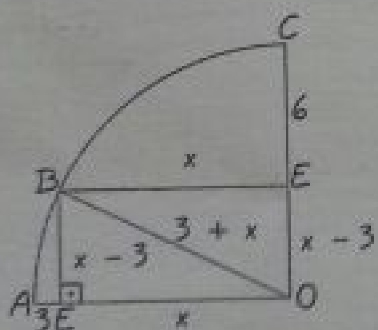
$|AE| = 3$ cm

$|CE| = 6$ cm'dir.

EODB dikdörtgeninde $|BD| = x$ cm'dir.

Buna göre, $|BD| = x$ kaç cm'dir?

Çözüm



$|AO| = |OC|$

$|AE| = 3$ cm

$|CE| = 6$ cm ve

$|OE| = x$ cm

olduğundan $|EO| = x - 3$ cm olur.

[OB] yarıçapı çizilirse

$|AO| = |OB| = x + 3$ olur. BEO dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$(3 + x)^2 = (x - 3)^2 + x^2$$

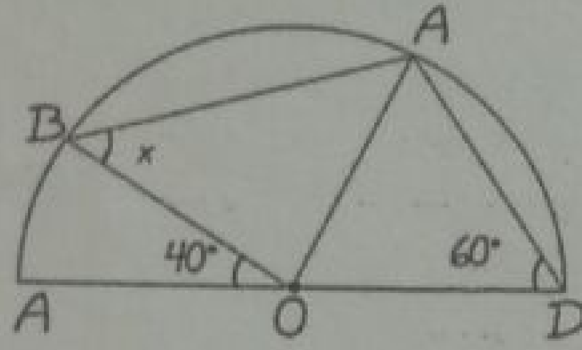
$$\cancel{9} + 6x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} - 6x + \cancel{9} + x^2$$

$$x^2 - 12x = 0$$

$$x \cdot (x - 12) = 0 \Rightarrow x = 12$$

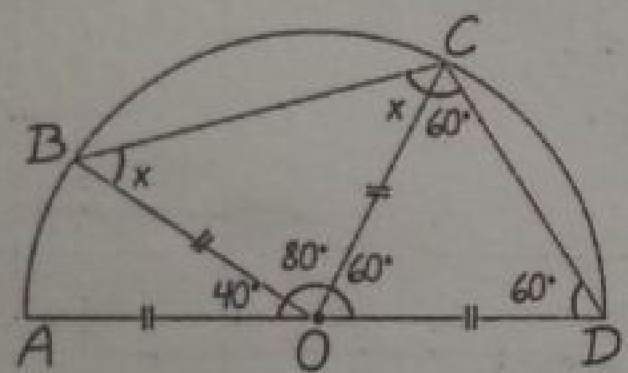
12 0

ÖRNEK



O merkezli yarım çemberde verilenlere göre, $m(\widehat{OBC}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



$|OA| = |OB| = |OC| = |OD|$ olduğundan

$m(\widehat{ODC}) = m(\widehat{DCO}) = 60°$ olur.

Dolayısıyla

$m(\widehat{COD}) = 60°$ olur.

Buradan

$m(\widehat{BOC}) = 180° - (40° + 60°) = 80°$ olur.

$|OB| = |OC|$ olduğundan $m(\widehat{OBC}) = m(\widehat{BCO}) = x$ olur.

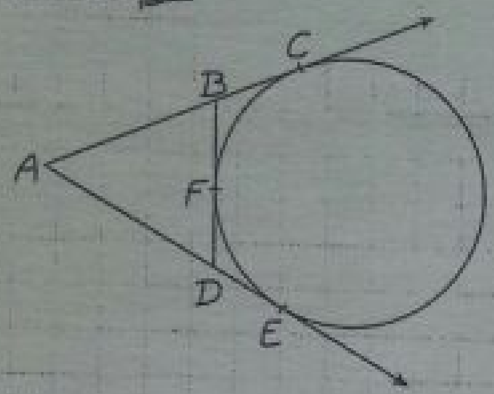
OBC üçgeninde iç açı ölçüleri toplamından

$$x + x + 80° = 180°$$

$$2x = 100°$$

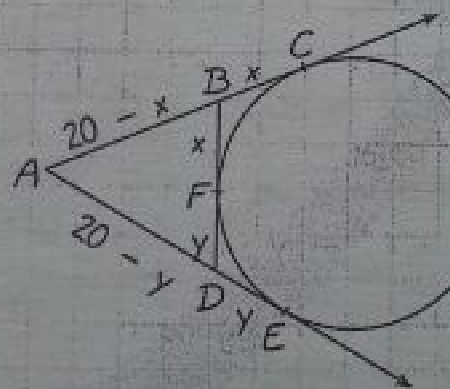
$$x = \underline{\underline{50°}}$$

ÖRNEK



[AC , [AE ve [BD] çembere C , E ve F noktalarında teğettir. |AC| = 20 cm olduğuna göre, BAD üçgeninin çevresi kaç cm'dir?

Çözüm



|AC| = |AE| = 20 cm olur.

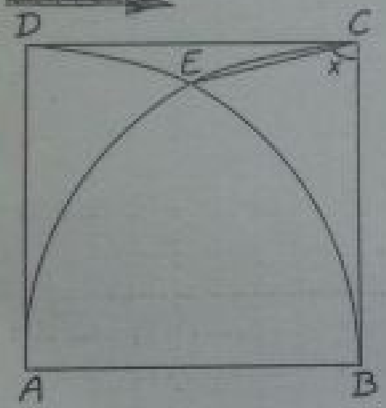
|BC| = |BF| = x denirse |AB| = 20 – x

|FD| = |DE| = y denirse |AD| = 20 – y olur.

Buradan

$Ç(\widehat{BAD}) = 20 - \cancel{x} + \cancel{x} + y + 20 - \cancel{y} = \underline{\underline{40}}$ cm olur.

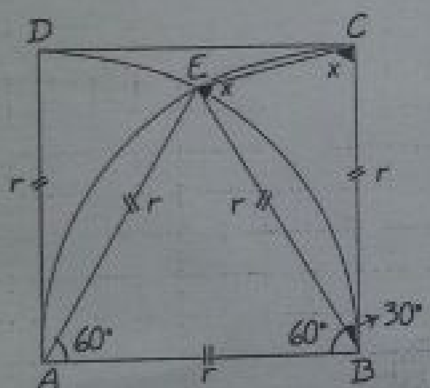
ÖRNEK



ABCD karesinde A ve B merkezli çeyrek çemberler E noktasında kesişmektedir.

Buna göre, $m(\widehat{BCE}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm



[AE] ve [BE] yarıçapları çizilirse

$|AD| = |AE| = |AB| = |BE| = |BC| = r$ olur.

Buradan

EAB eşkenar üçgen ve

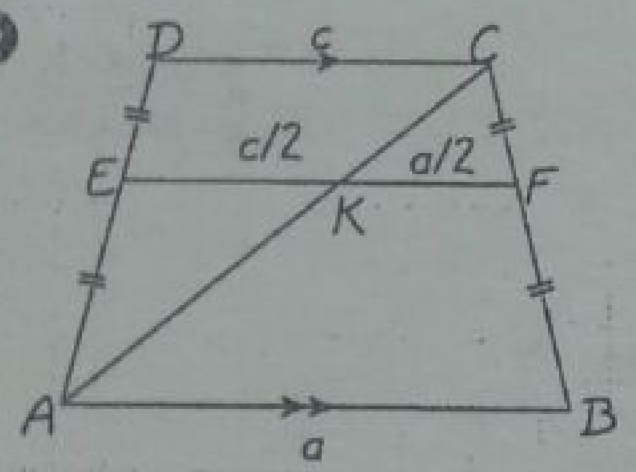
$m(\widehat{ABE}) = 60°$ ve $m(\widehat{EBC}) = 90° - 60° = 30°$ olur.

BEC üçgeninde iç açı ölçüleri toplamından

$$30° + x + x = 180°$$

$$2x = 150°$$

$$x = \underline{\underline{75°}}$$



Şekilde [DC] // [AB]

$|ED| = |EA|$

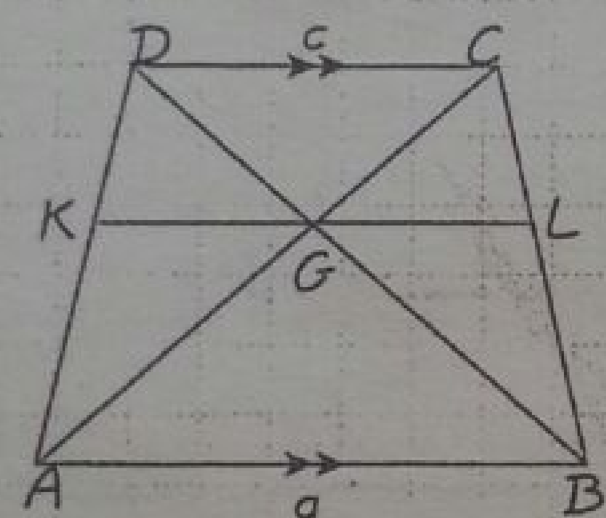
$|CF| = |FB|$

$|AB| = a$

$|DC| = c$ ise

Orta taban $= |EF| = \frac{a}{2} + \frac{c}{2} = \frac{a+c}{2}$ dir.

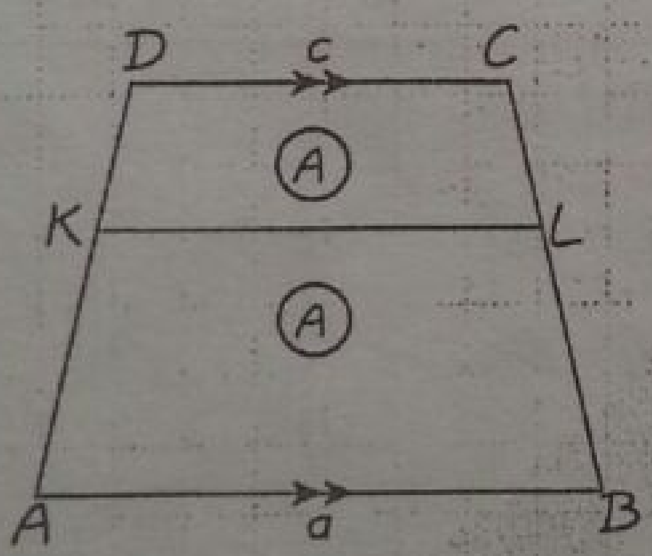
$A(ABCD) = |EF| . h$ dır.



[DC] // [AB] // [KL] ise

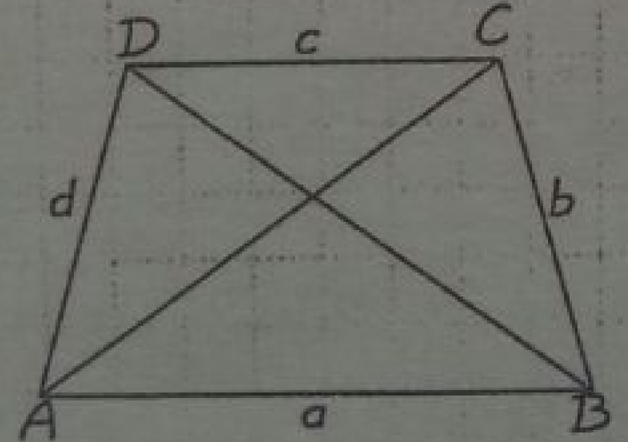
$|KG| = |LG| = \frac{a.c}{a+c}$ dir veya

$\frac{1}{|KG|} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$ dir.



Şekilde [DC] // [AB],

$A(KLCD) = A(ABLK) = A$ ise $|KL|^2 = \frac{a^2 + c^2}{2}$ dir.



Şekilde [AB] // [DC],

$|AB| = a$

$|BC| = b$

$|DC| = c$

$|AD| = d$

$|AC| = e$ ve

$|DB| = f$ olmak üzere

$e^2 + f^2 = b^2 + d^2 + 2ac$ dir.

YAMUK – DELTOİD

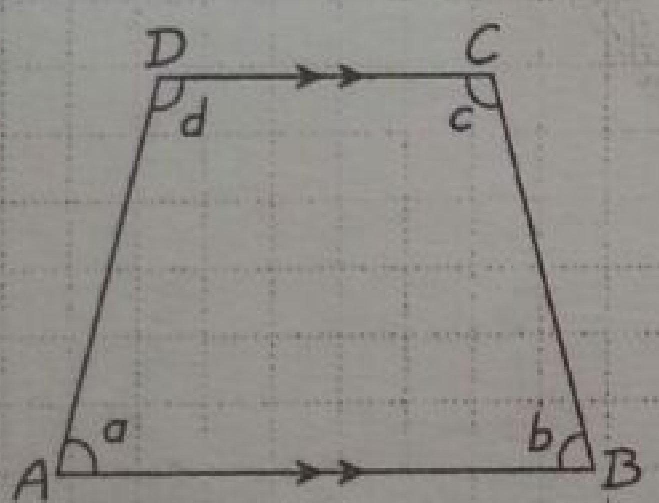
Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0–1 soru" sorulmaktadır.

Yamuk

Yalnız iki kenarı paralel olan dikdörtgenlere yamuk denir.

Paralel kenarlara taban, paralel olmayan kenarlara da yan kenar denir.

Yamuk ve Çeşitleri :

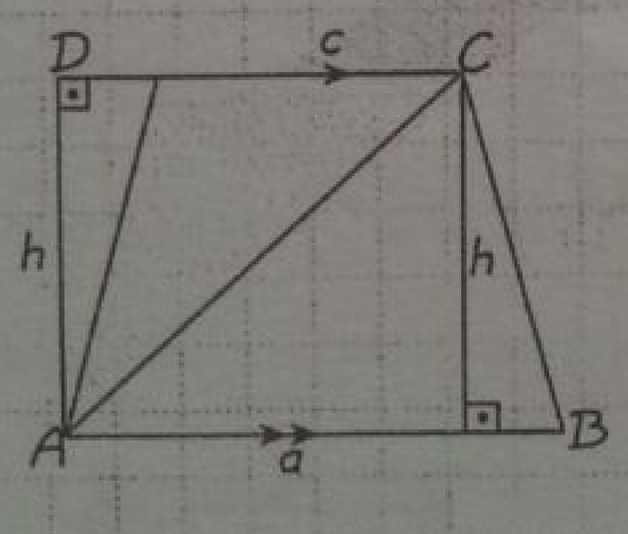


İki kenarı paralel olan dörtgene denir.

[DC] // [AB] ise

$a + d = 180°$ ve

$b + c = 180°$ dir.



[DC] // [AB],

$|AB| = a$ ve

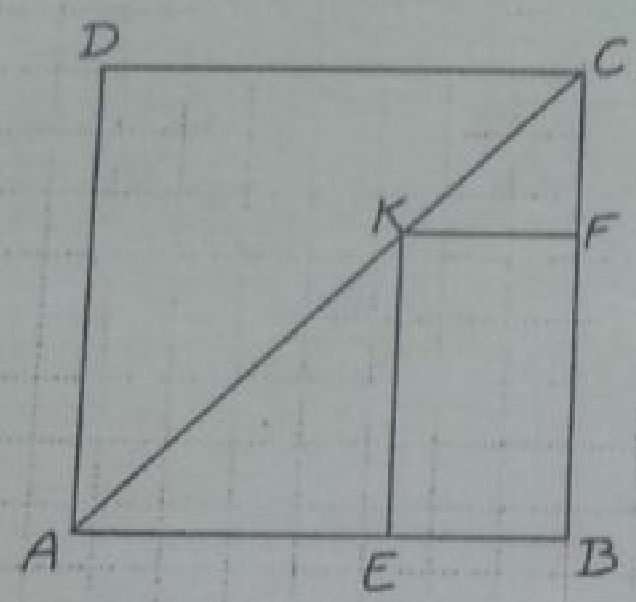
$|DC| = c$ ise

$$A(ABCD) = \frac{a.h}{2} + \frac{c.h}{2}$$

$$= \frac{(a+c)}{2} \cdot h \text{ bulunur.}$$

(Yamuğun alanı alt taban ile üst tabanın toplamının yarısının yükseklik ile çarpımına şittir.)

ÖRNEK

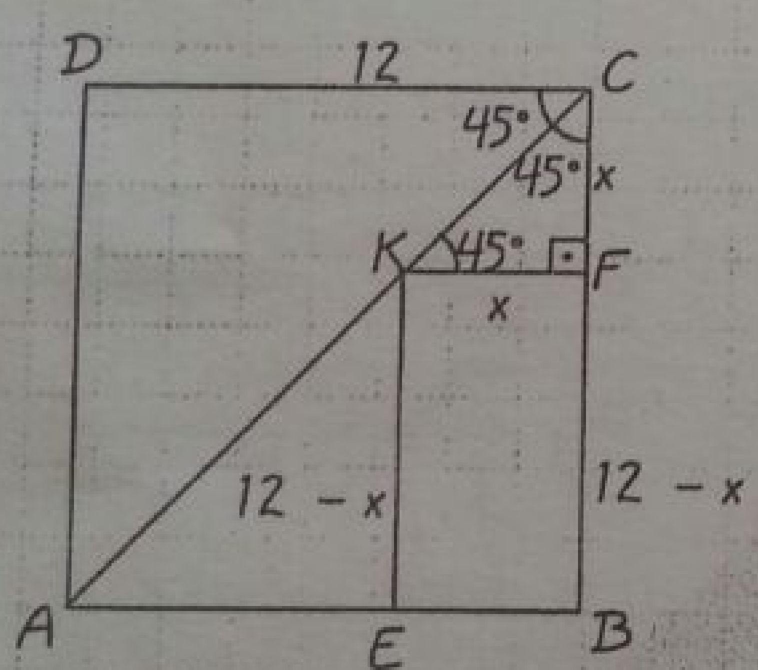


ABCD kare, EBFK dikdörtgen ve

$A(ABCD) = 144$ cm^2

olduğuna göre, Ç(EBFK) kaç cm'dir?

Çözüm



ABCD karesinin alanı 144 cm^2 olduğundan

$|AB| = |DC| = \sqrt{144} = 12$ cm olur.

ABCD karesinde köşegenler açıortaylar olduğundan

$m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{KCF}) = 45°$ olur.

$[CF] \perp [KF]$ olduğundan

CKF ikizkenar dik üçgen olur.

$|CF| = |KF| = x$ denirse

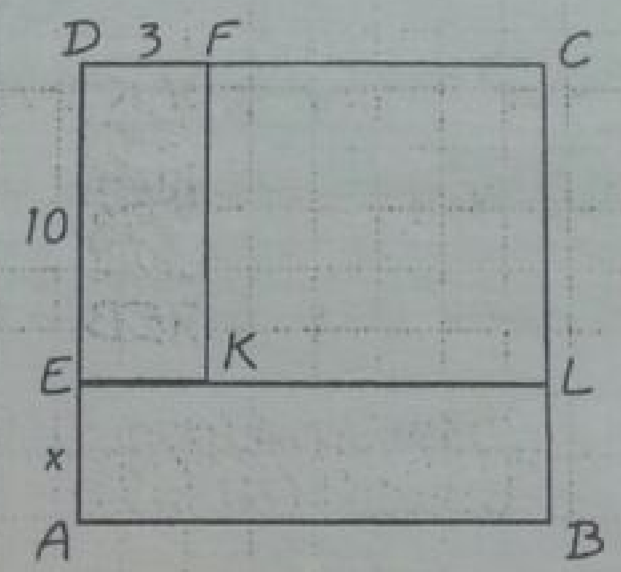
$|BF| = 12 - x$ olur.

Buradan

$Ç(EBFK) = \cancel{x} + 12 - \cancel{x} + \cancel{x} + 12 - \cancel{x}$

$= \underline{\underline{24}}$ olur.

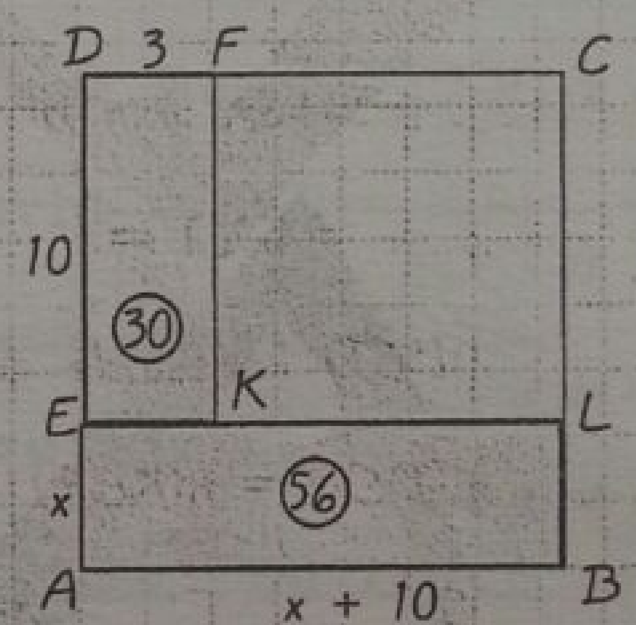
ÖRNEK



ABCD bir kare, $|DF| = 3$ cm ve $|DE| = 10$ cm,

$|AE| = x$ ve taralı bölgenin alanlarının toplamı 86 cm^2 olduğuna göre, x kaçtır?

Çözüm



$A(EKFD) = 10 \cdot 3 = 30\ cm^2$

$A(ABLE) = 86 - 30 = 56\ cm^2$ olur.

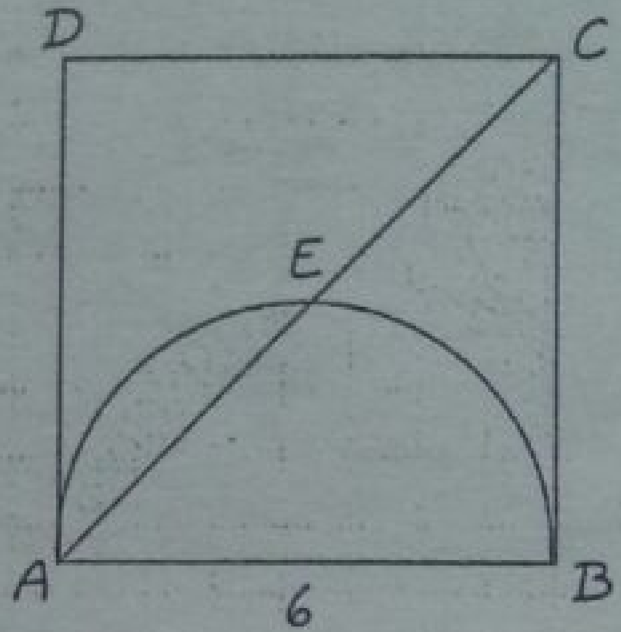
ABCD kare olduğundan

$$|AB| = |AD| = 10 + x \text{ olur.}$$

Buradan

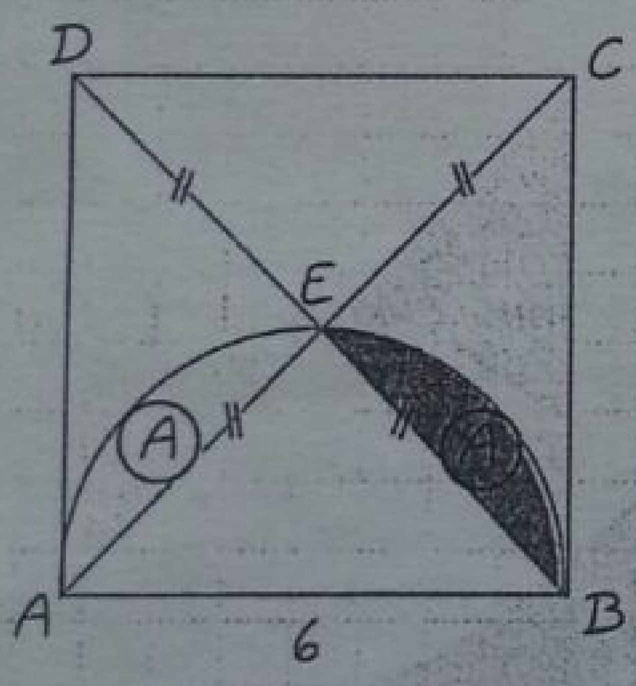
$$A(ABLE) = 56 = \underset{4}{x} \cdot \underset{14}{(x + 10)} \Rightarrow x = 4 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK



ABCD karesinde [AC] köşegen ve |AB| = 6 cm'dir. [AB] yarım dairenin çapı olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm



[BD] çizilirse |AE| = |BE| olduğundan A ile gösterilen taralı bölgelerin alanları eşittir.

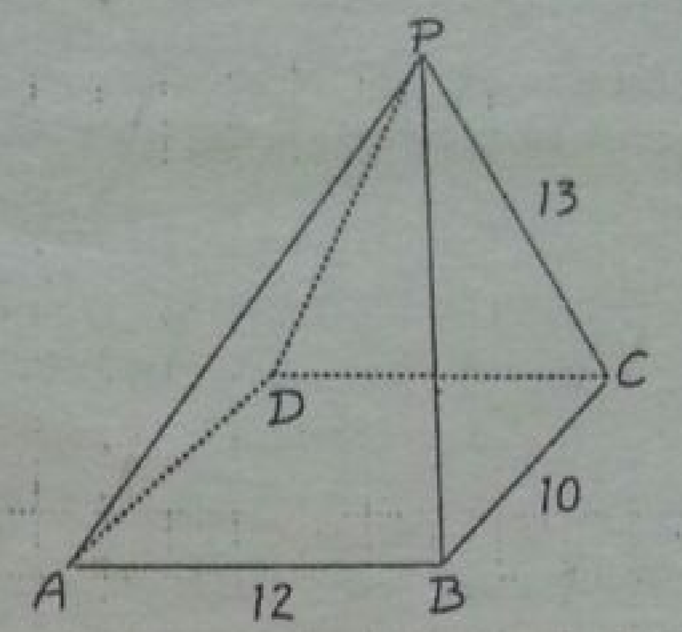
Dolayısıyla

taralı bölgenin alanı EBC üçgeninin alanına eşittir.

EBC üçgeninin alanı, ABCD karesinin $\frac{1}{4}$ üne eşit olduğundan

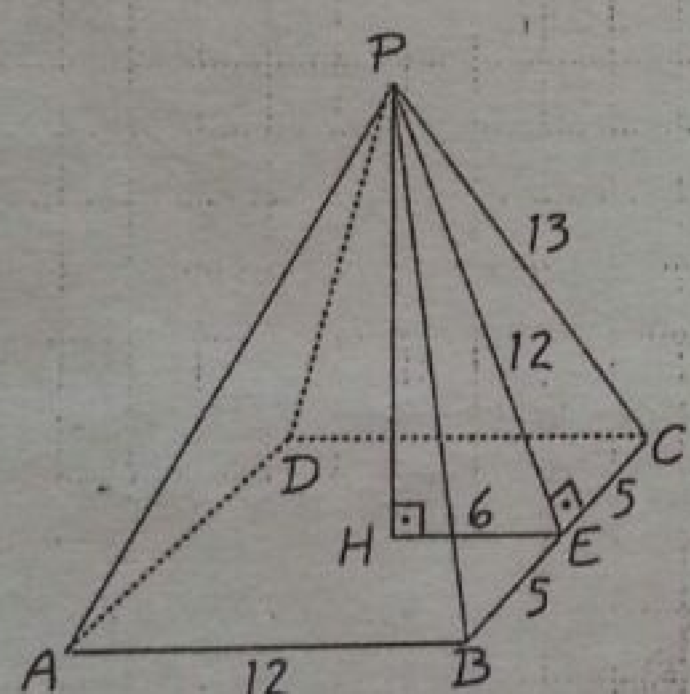
$$A(\widehat{EBC})=\frac{6^2}{4}=\frac{36}{4}=9\ cm^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK



Şekildeki dikdörtgen piramidin hacminin bulunuz.

Çözüm



$[PH] \perp [BC]$ çizilirse $|PB| = |PC|$ olduğundan

$|BE| = |EC| = 5$ cm olur. PEC dik üçgeninde

Pisagor teoremi uygulanırsa

5 – 12 – 13 üçgeninden $|PE| = 12$ cm'dir.

PHE dik üçgeninde

Pisagor teoremi uygulanırsa

$|PH|^2 = 12^2 - 6^2$

$|PH|^2 = 144 - 36$

$|PH|^2 = 108$

$|PH| = 6\sqrt{3}$ cm olur.

Buradan piramidin hacmi

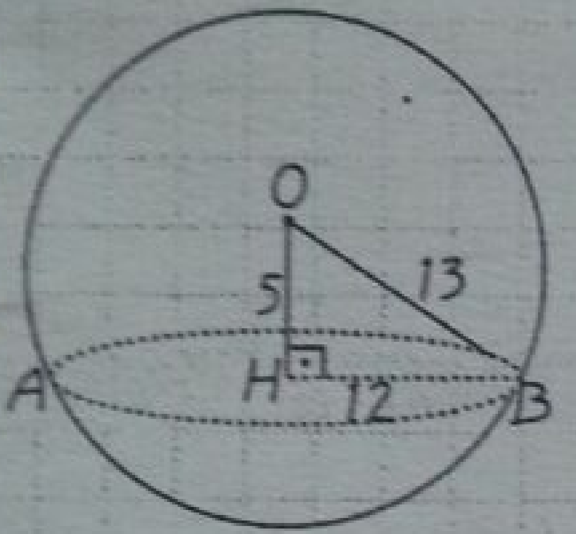
$$\frac{\text{Taban Alanı . Yükseklik}}{3} = \frac{12.10.^{2}\cancel{6}\sqrt{3}}{\cancel{3}}$$

$$= 240\sqrt{3}\ cm^3$$

ÖRNEK

Yarıçapı 13 cm olan bir küre, merkezinden 5 cm uzaklıkta bir düzlemle kesiliyor. Oluşan kesitin alanı kaç π cm^2 dir?

Çözüm



$|OH| = 5$ cm ve $|OB| = r = 13$ cm olduğundan

OHB dik üçgeninde

Pisagor teoremi uygulanırsa

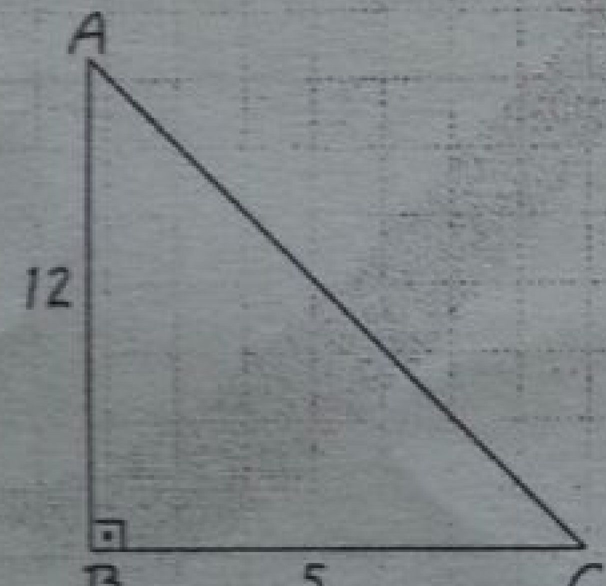
5 – 12 – 13 üçgeninde oluşan kesitin yarıçapı olan

$|HB| = 12$ elde edilir.

O hâlde kesitin alanı

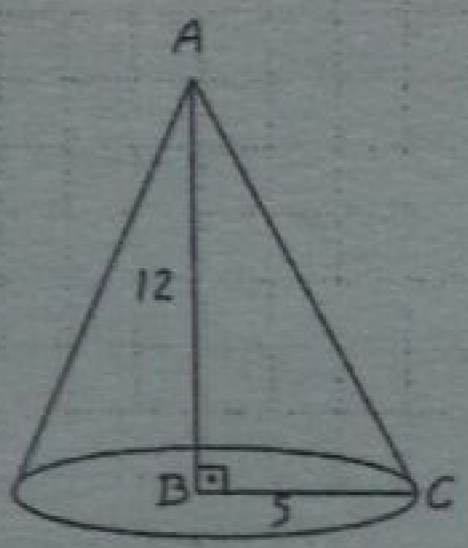
$\pi \,.\, 12^2 = 144\,\pi\ cm^2$

ÖRNEK



ABC üçgeni [AB] kenarı etrafında 180° döndürülürse oluşan cismin hacmi kaç cm^3 olur?

Çözüm

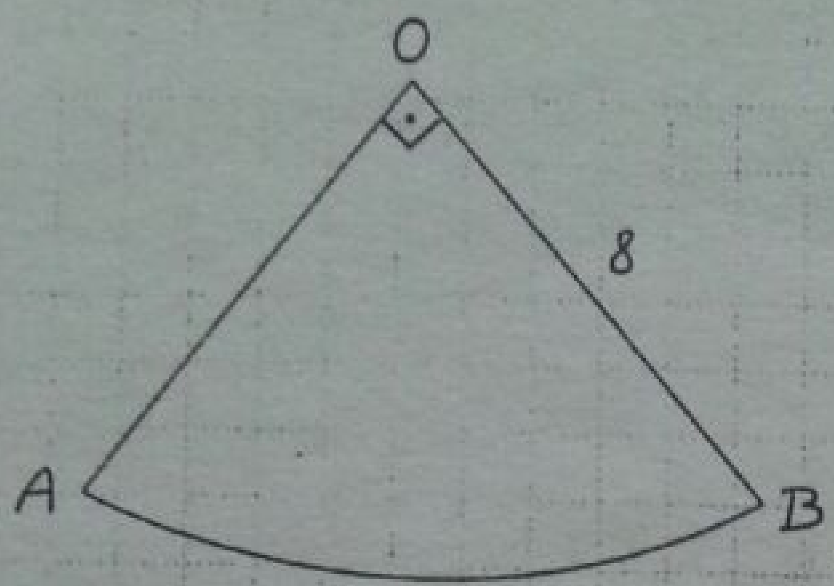


Üçgen 360° döndürülseydi şekildeki koni oluşurdu.

$V = \frac{1}{\cancel{3}_1} \pi\, 5^2 . \cancel{12}^4$

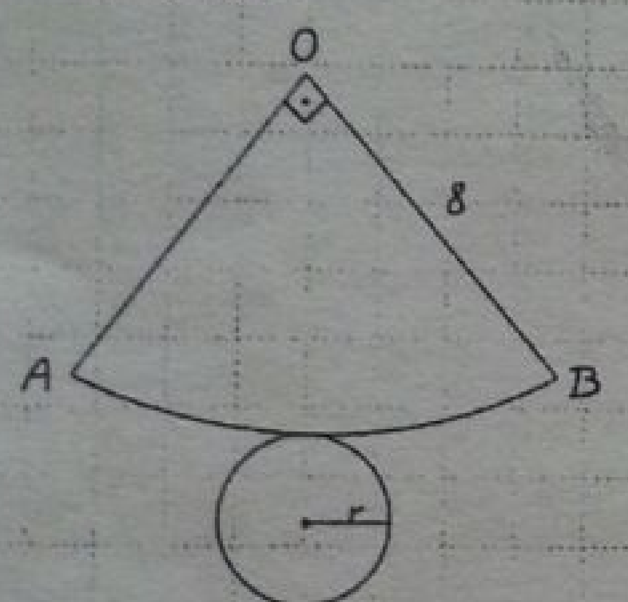
$= 100\pi\ cm^3$ olurdu.

ÖRNEK



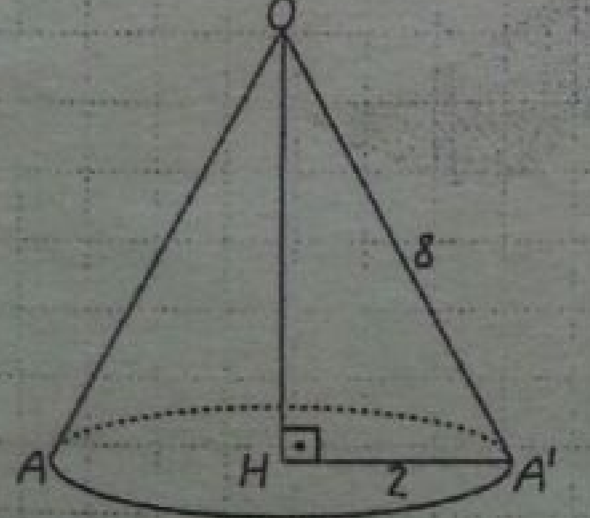
Şekildeki O merkezli çeyrek dairenin kıvralmasıyla elde edilen koninin hacmini bulunuz.

Çözüm



$$\frac{8}{r} = \frac{\cancel{360}^{4}}{\cancel{90}_{1}}$$

$$r = \underline{\underline{2\text{ cm}}}$$



OHA' üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|OH|^2 + 2^2 = 8^2$$

$$|OH|^2 = 64 - 4$$

$$|OH|^2 = 60$$

$$|OH| = 2\sqrt{15}$$

$$\text{Hacim} = \frac{1}{3}.\pi.2^2.2\sqrt{15}$$

$$= \underline{\underline{\frac{8\sqrt{15}\,\pi}{3}}}\text{ cm}^3$$

Çözüm

Hacim = Taban Alanı . Yükseklik

$$= \frac{3 . \cancel{4}^2}{\cancel{2}} . 10$$

$$= 60 \text{ cm}^3$$

Yanal Alan = Taban Çevresi . Yükseklik olduğundan

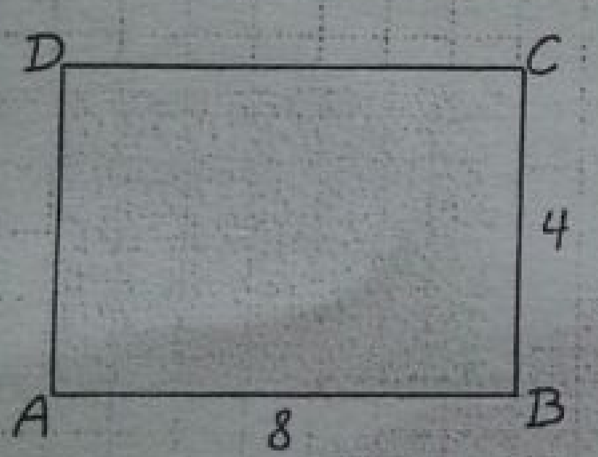
ABC üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa 3 - 4 - 5 üçgeninden

$|AB| = 5$ cm olur.

O hâlde

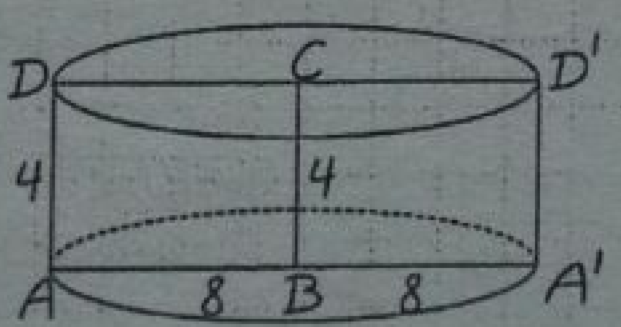
$$\text{Yanal Alan} = (3 + 4 + 5) . 10$$
$$= 12 . 10$$
$$= \underline{\underline{120 \text{ cm}^2}}$$

ÖRNEK



ABCD dikdörtgeninin [BC] kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen şeklin haçmi kaç cm^3 tür?

Çözüm



ABCD dikdörtgeni [BC] kenarı etrafında 360° döndürülürse şekildeki silindir oluşur.

Hacim = Taban Alanı . Yükseklik

$$= \pi . 8^2 . 4$$
$$= \pi . 64 . 4$$
$$= \underline{\underline{256\pi}} \text{ cm}^3$$

ÖRNEK

Kenar uzunlukları 3 , 4 ve 5 cm olan dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeni kaç cm'dir?

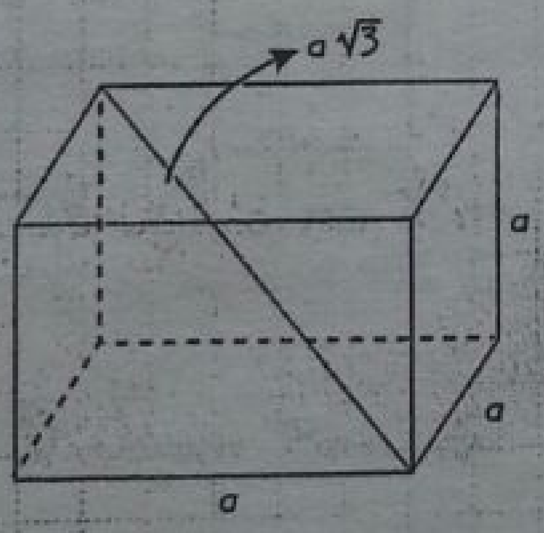
Çözüm

$$\text{Cisim köşegeni} = \sqrt{3^2+4^2+5^2}$$
$$= \sqrt{9+16+25}$$
$$= \sqrt{50}$$
$$= 5\sqrt{2}\ \text{cm}$$

ÖRNEK

Alanı 96 cm^2 olan küpün cisim köşegeni kaç cm'dir?

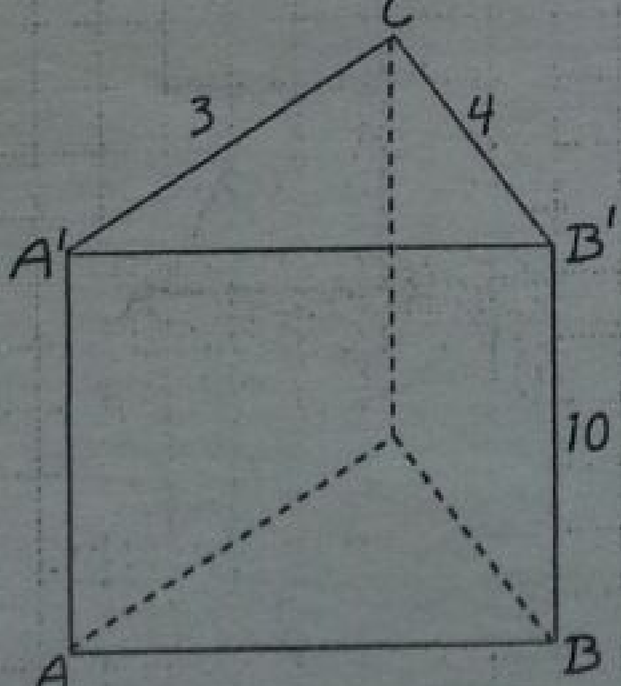
Çözüm



$$6a^2 = 96$$
$$a^2 = 16$$
$$a = 4\ \text{cm}$$

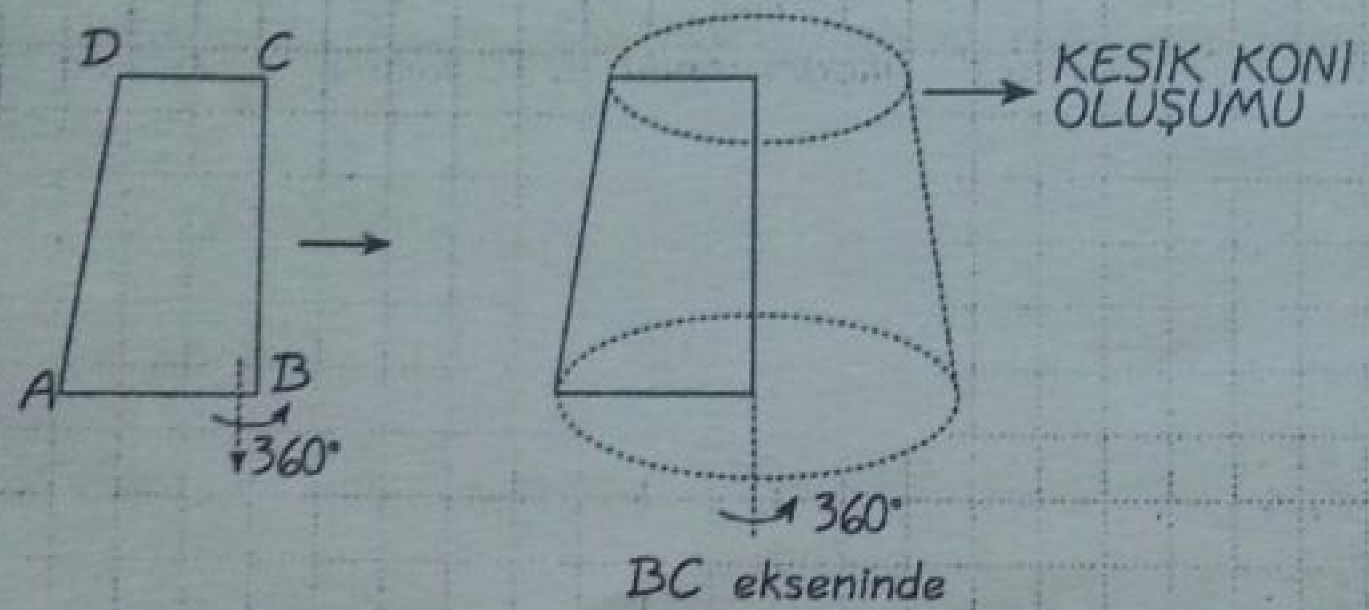
$$\text{Cisim köşegeni} = a\sqrt{3}$$
$$= 4.\sqrt{3}\ \text{cm}$$

ÖRNEK



Şekildeki dik üçgen dik prizmanın yanal alanınına ve hacmini bulunuz.

Yamuk Parçaları



Düzlemsel parçaların birbirine dik eksenlerden herhangi biri etrafında:

90° döndürülmesi ⟶ $\frac{1}{4}$ oranında

180° döndürülmesi ⟶ $\frac{1}{2}$ oranında

hacime sahip katı cisim oluşumu sağlar.

Çözümlü Örnekler

ÖRNEK

Bir dikdörtgenler prizmasının taban alanı 30 cm^2 ve diğer ayrıtı 6 cm olduğunda göre, ...mi kaç cm^3 tür?

Çözüm

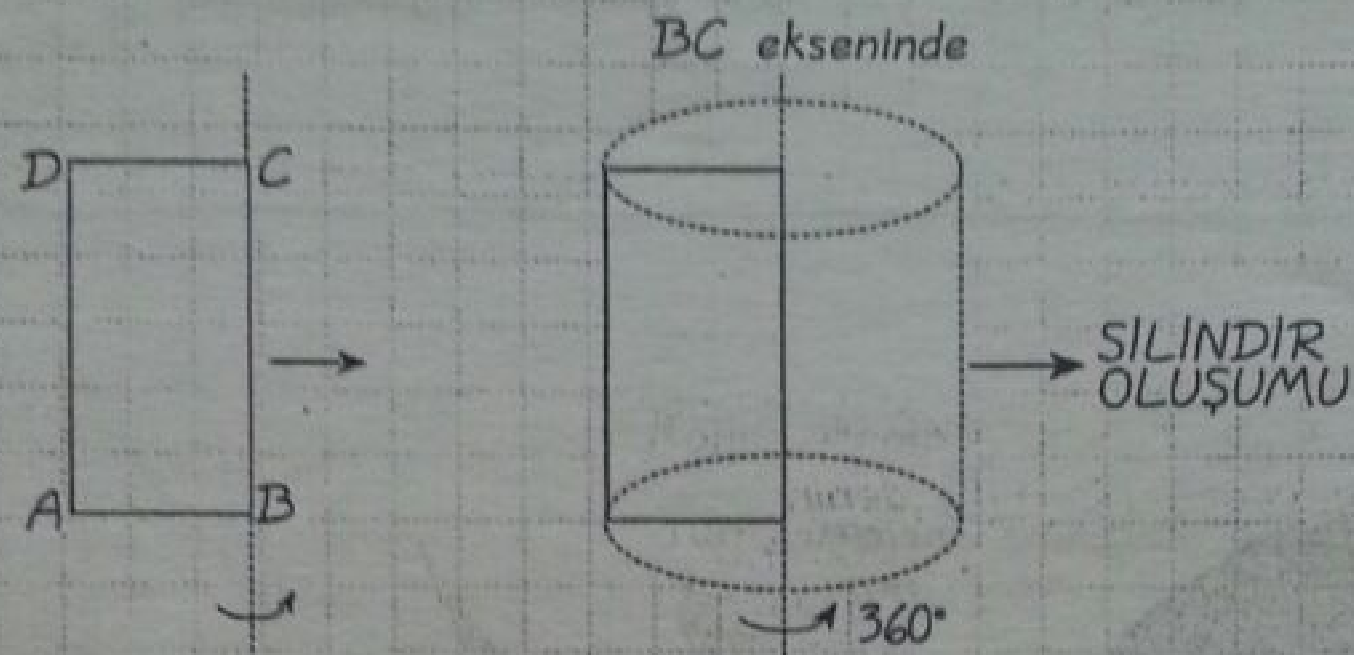
Hacim = Taban Alanları . Yükseklik

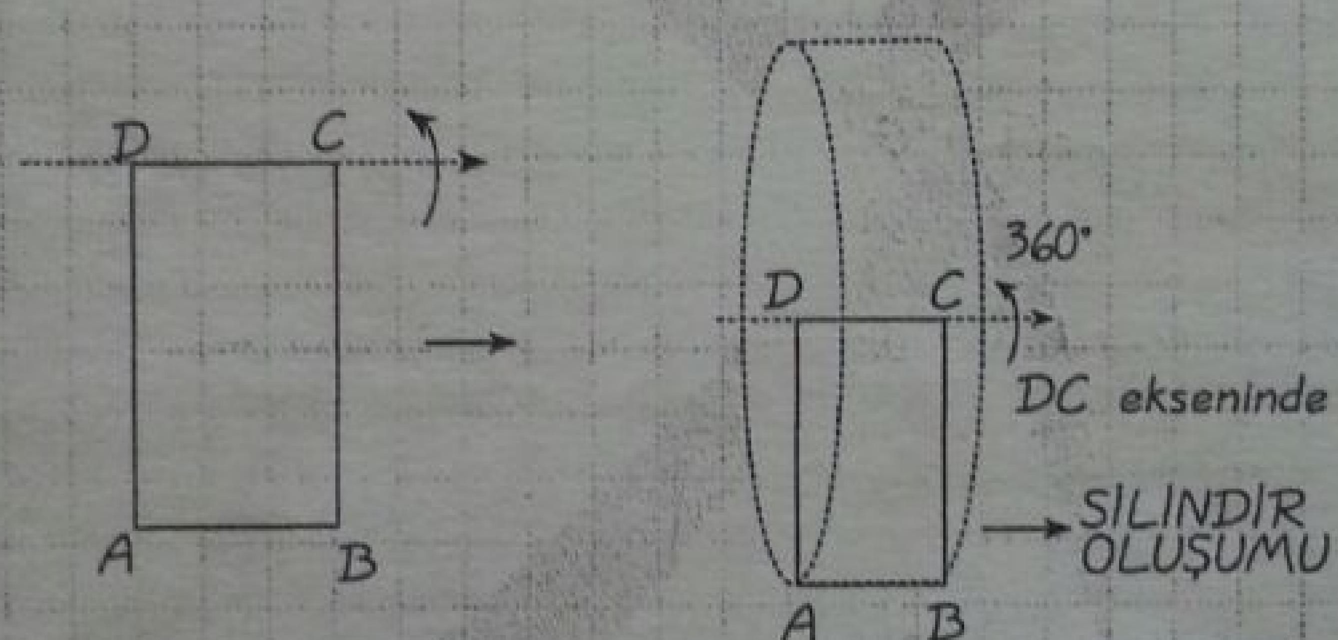
= 30 . 6

= $\underline{\underline{180}}$ cm^3

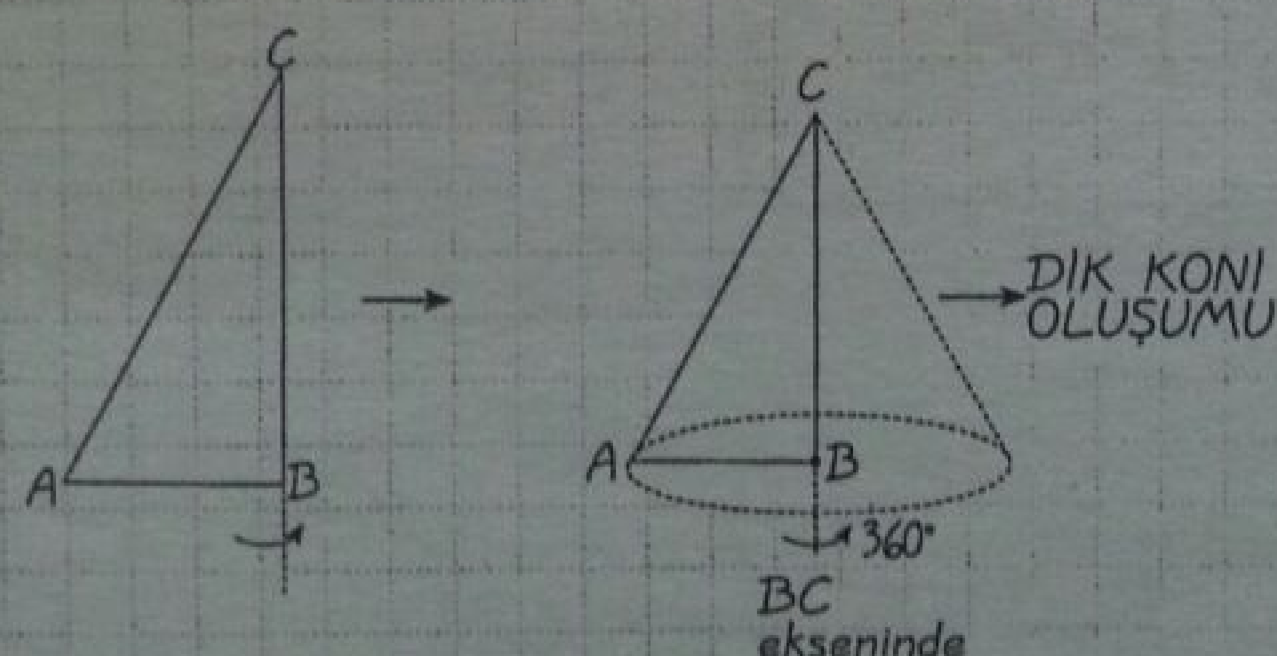
2 boyutlu düzlemsel şekillerin ayrıtlarından herhangi biri eksen alınarak 90° — 180° — 360 derece döndürülmesi:

Dörtgen Parçaları





Üçgen Parçaları



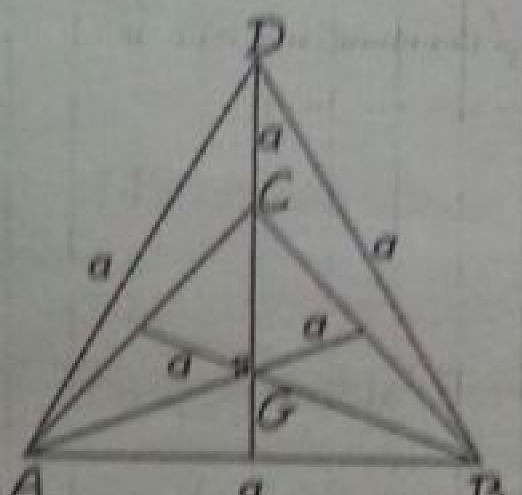
BURASI ÖNEMLİ

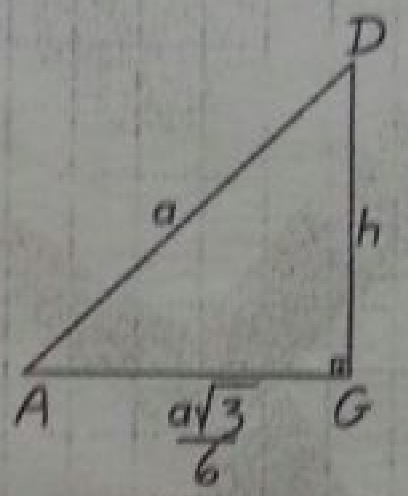
Yarım daire diliminin alanı yarıçap ile yay uzunluğunun çarpımının yarısına eşittir.

Koninin ağırlık merkezi yükseklik üzerinde tabandan yüksekliğin $\frac{1}{4}$'ü kadar uzaktadır.

c. Düzgün Dörtyüzlü

Bütün kenarları eşit olan üçgen piramite denir.





h: Cismin yüksekliğidir. Tabandaki eşkenar üçgenin ağırlık merkezine iner.

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

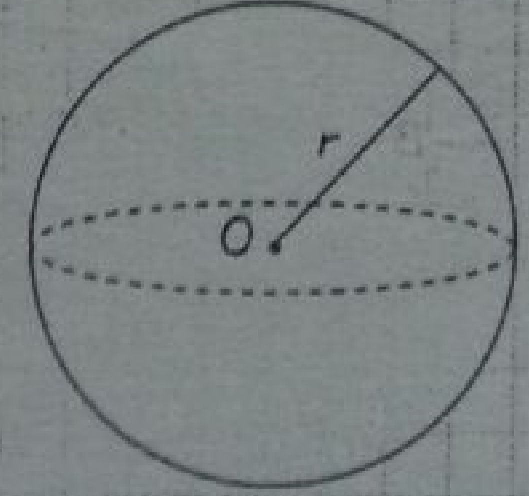
$$\text{Hacim} = V = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)\cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}\,h}{12}$$

$$\text{Yüzey Alan} = S = 4\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = a^2\sqrt{3}$$

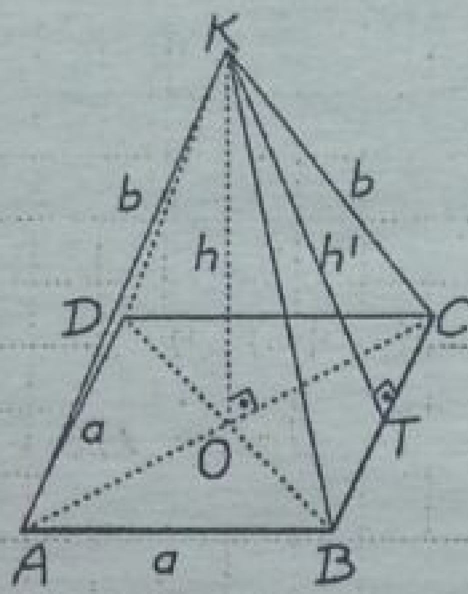
Küre

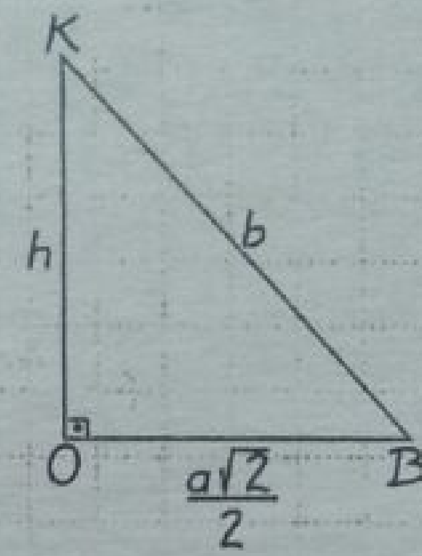
$$\text{Hacim} = V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

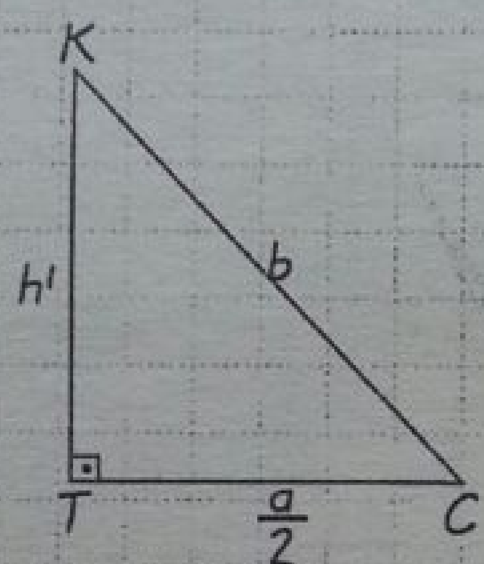
$$\text{Yüzey Alan} = S = 4\pi r^2$$



a. Kare Piramit







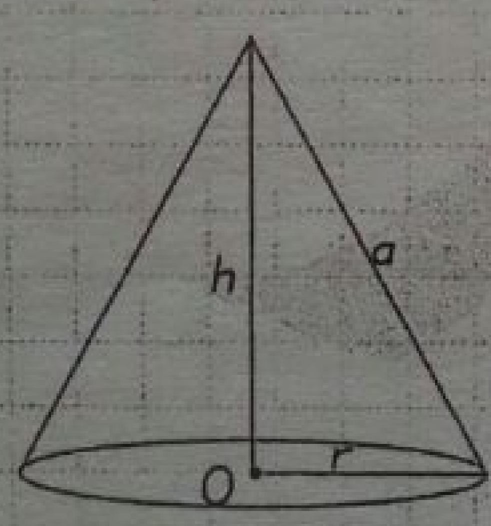
h: Kare piramitin yüksekliği

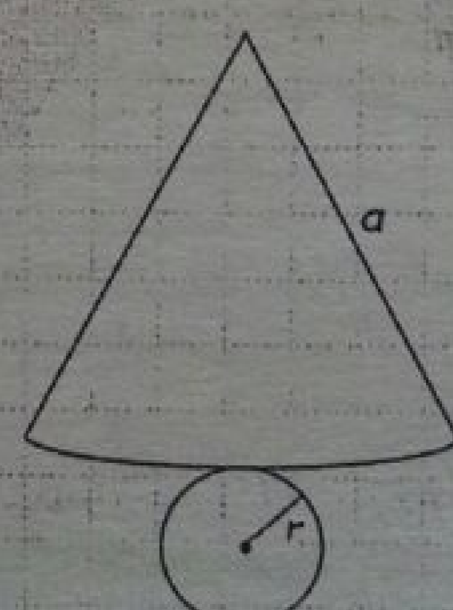
h': Yan yüzeylerin yüksekliği

$$\text{Hacim} = V = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$$

$$\text{Yüzey Alan} = S = a^2 + 4.\left(\frac{ah'}{2}\right)$$

b. Koni





r: Yarıçap

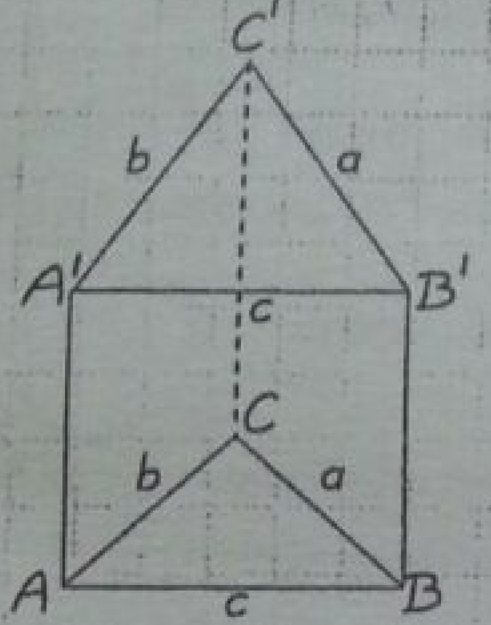
h: Yükseklik

a: Ana doğru

$$\text{Hacim} = V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\text{Alan} = S = \pi r^2 + \pi r a$$

d. Üçgen Prizma



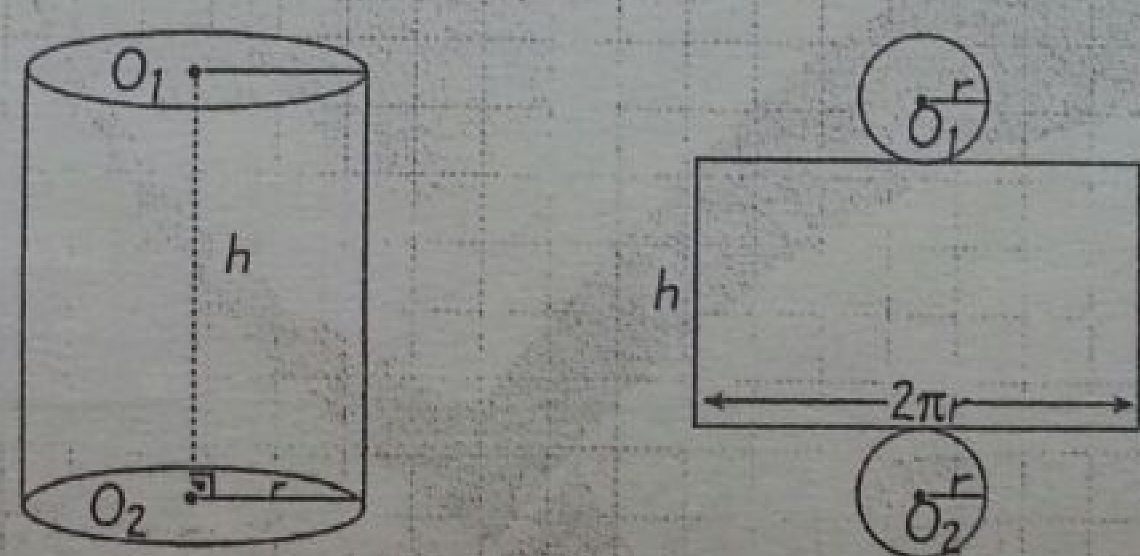
Hacim = Taban Alanı . Yükseklik

Yanal Alan = Taban Çevresi . Yükseklik

= (a + b + c) . h

Yüzey Alanı = 2 . Taban Alanı + Yanal Alan

e. Silindir



Hacim: $V = \pi . r^2 . h$

Alan: $S = 2.\pi.r.h + 2.\pi.r^2$

$= 2.\pi.r\ (h + r)$

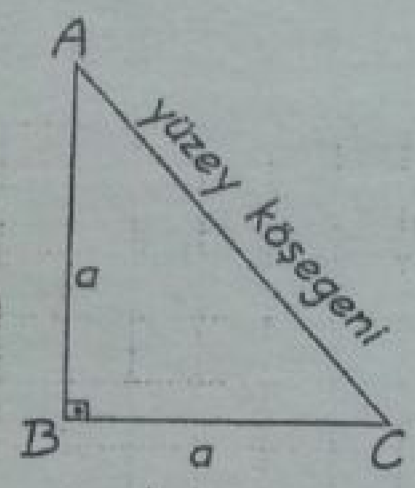
Piramitler

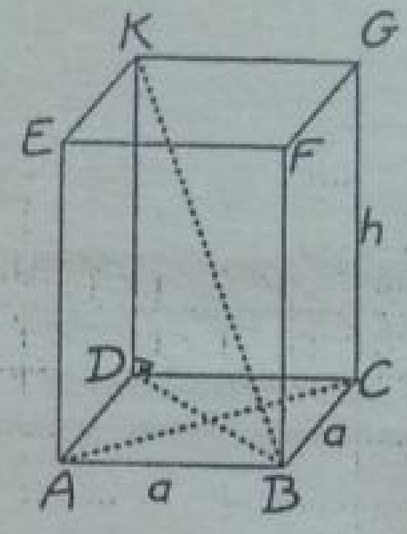
Genel olarak bir piramitte alan ve hacim hesaplaması yapılırken

Hacim $= V = \frac{1}{3}$ (Taban Alan) . (Yükseklik)

Yüzey Alan = S = (Taban Alan) + Yan yüzeylerin alanları

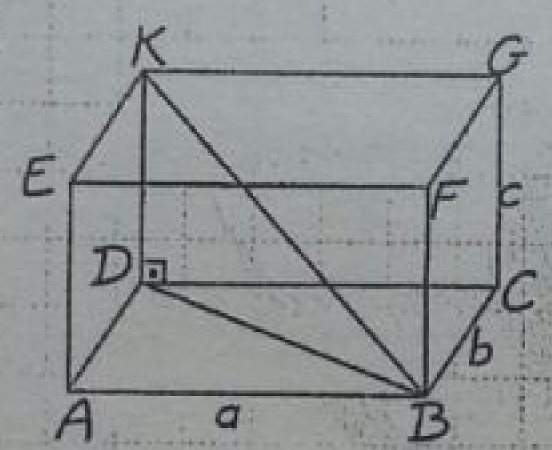
formülleri kullanılır.

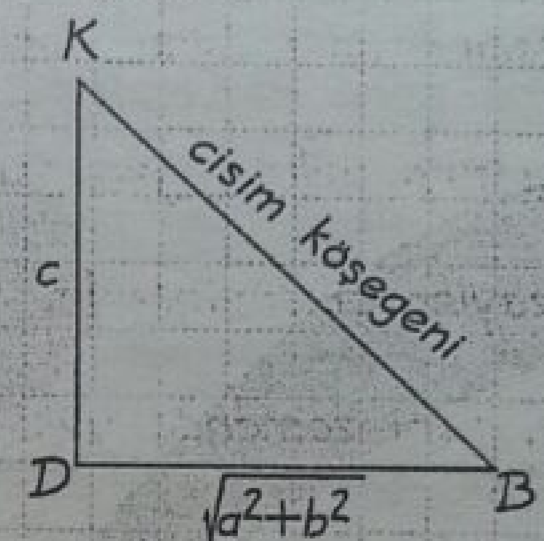




Yüzey Köşegeni: $|AC| = a\sqrt{2}$ Cisim Köşegeni: $|KB| = \sqrt{h^2 + 2a^2}$

b. Dikdörtgen Prizma





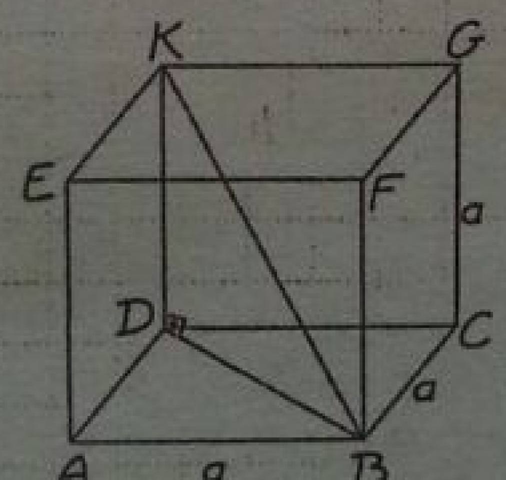
Hacim: $V = a.b.c$

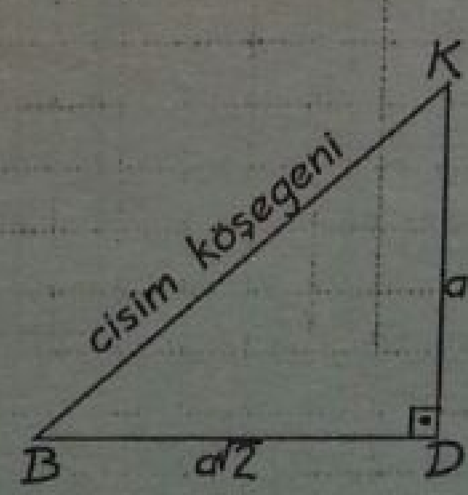
Alan: $S = 2 . (ab + bc + ac)$

Yüzey Köşegeni: $|KB| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

c. Küp

Küp geometrik olarak kare prizma ile aynı özelliklere sahip olup tek fark yüksekliğinin de taban ayrıtlarının uzunluğuna eşit olmasıdır.





Hacim: $V = a^3$ Alan: $S = 6a^2$

Cisim Köşegeni: $|KB| = a\sqrt{3}$

KATI CİSİMLER

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0-1 soru" sorulmaktadır.

Dik Prizmalar

Alt ve üst tabanları paralel eş şekillerden oluşan, yan yüzeyleri taban düzlemine dik olan cisimlere dik prizma denir.

- Prizmalar taban şekillerine göre isimlendirilir.

  Üçgen prizma, kare prizma, dikdörtgen prizma vb.

- Dik prizmada yan yüzeyler dikdörtgendir.
- Prizmada yan ayrıtlar, aynı zamanda yüksekliktir.

BURASI ÖNEMLİ

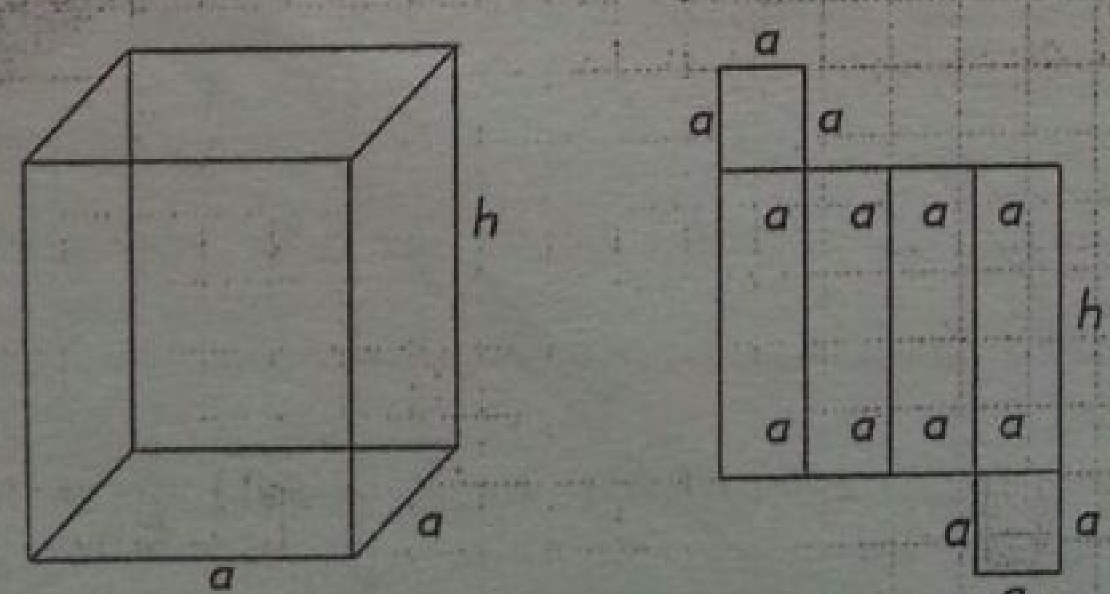
- Dik Prizmaların Alan ve Hacimleri :

  Hacim = Taban Alanı . Yükseklik

  Yanal Alan = Taban Çevresi . Yükseklik

  Yüzey Alanı = 2 . Taban Alanı + Yanal Alan

a. Kare Prizma



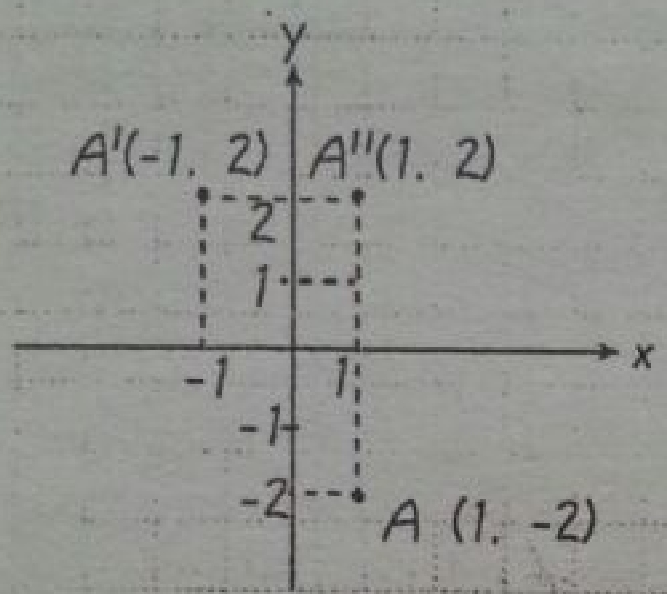
Hacim: $V = a^2.h$

Alan: $S = 2a^2 + 4.a.h$

ÖRNEK

Dik koordinat düzleminde $A(1\ ,-2)$ noktasının orijine göre, simetriği olan nokta ile x eksenine göre simetriği olan nokta arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Çözüm



$$|A'A''| = \sqrt{(1-(-1))^2+(2-2)^2}$$
$$= \sqrt{2^2+0^2}$$
$$= 2$$

ÖRNEK

Dik koordinat düzleminde $A(2,\ 5)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği B, $C(1,\ 3)$ noktasına göre simetriği D olduğuna göre, |BD| kaç birimdir?

Çözüm

$A(2,\ 5)$'in $y = x$ doğrusuna göre simetriği $B(5,\ 2)$'dir.

$B(5,\ 2)$'nin $C(1,\ 3)$ noktasına göre simetriği:

$D(2 \cdot 1 - 2,\ 2 \cdot 3 - 5) = D(0,\ 1)$'dir.

Buna göre:

$$|BD| = \sqrt{(5-0)^2+(2-1)^2}$$
$$= \sqrt{25+1} = \sqrt{26} \text{ br'dir.}$$

ÖRNEK

$A(1\ ,\ -3)$ noktasının $3x + 4y - 1 = 0$ doğrusuna olan uzaklığını bulunuz.

Çözüm

$$d = \frac{|3.1+4.(-3)-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|3-12-1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|-10|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2\text{ br}$$

Paralel İki Doğru Arasındaki Uzaklık

$ax + by + c_1 = 0$ ve $ax + by + c_2 = 0$ doğruları arasındaki uzaklık

$$\boxed{d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

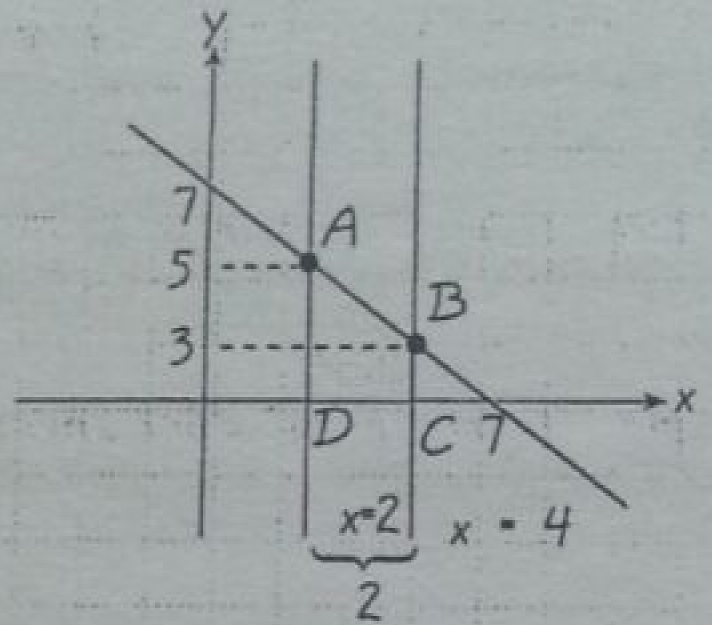
formülü ile hesaplanır.

Simetri

$A(x\ ,\ y)$ noktasının

- x eksenine göre simetriği : $(x\ ,\ -y)$
- y eksenine göre simetriği : $(-x\ ,\ y)$
- Orijine göre simetriği : $(-x\ ,\ -y)$
- $y = x$ doğrusuna göre simetriği : $(y\ ,\ x)$
- $y = -x$ doğrusuna göre, simetriği : $(-y\ ,\ -x)$
- $x = a$ doğrusuna göre, simetriği : $(2a - x\ ,\ y)$
- $y = b$ doğrusuna göre, simetriği : $(x,\ 2b - y)$
- $(a\ ,\ b)$ noktasına göre, simetriği : $(2a - x\ ,\ 2b - y)$

$x = 2$ ve $x = 4$ doğrusunun grafikleri $y = -x + 7$ doğrusunun grafiğiyle birleştirilir



A noktası $x = 2$ ile $y = -x + 7$ doğrularının kesim noktası olduğundan A noktasının ordinatı

$$y = -2 + 7 = 5 \text{ olur.}$$

B noktası $x = 4$ ile $y = -x + 7$ doğurularının kesim noktası olduğundan B noktası ordinatı

$$y = -4 + 7 = 3 \text{ olur.}$$

O hâlde ABCD yamuğunun alanı

$$A(ABCD) = \frac{(3+5).2}{2} = 8\ br^2 \text{ bulunur.}$$

İki Doğrunun Birbirine Göre Durumları

$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ ve $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ doğruları için

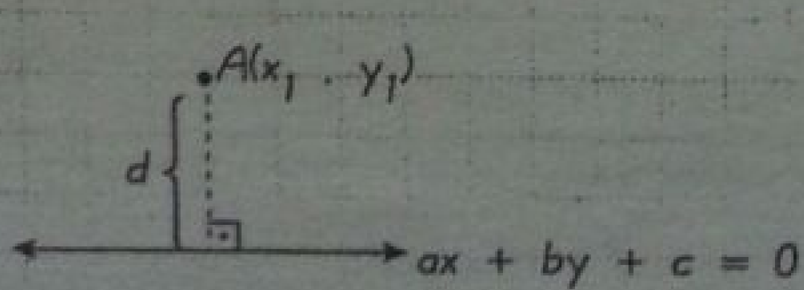
- $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular çakışıktır.
- $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ise doğrular paraleldir.
- $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ise doğrular bir noktada kesişirler.

BURASI ÖNEMLİ

- İki doğrunun kesim noktası bulunurken doğru denlemlerinin ortak çözümü yapılır.

Bir Noktanın Bir Doğruya Uzaklığı

$A(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ denklemi ile verilen doğruya uzaklığı



$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Doğru Grafiği

Bir doğrunun grafiğinin çizilmesi için doğrunun x ve y eksenlerini kestiği noktalar ...unur.

Bir doğrunun x eksenini kestiği noktanın bulunması için doğrunun denkleminde $y = 0$ ...tliği kullanılır.

Bir doğrunun y eksenini kestiği noktanın bulunması için doğrununun denkleminde ...$= 0$ eşitliği kullanılır.

ÖRNEK

$3x + 2y - 6 = 0$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

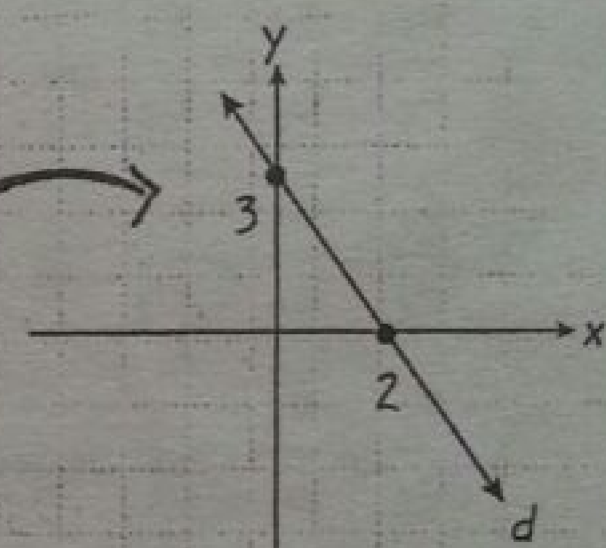
Çözüm

$x = 0$ için : $3 . 0 + 2y - 6 = 0 \Rightarrow 2y = 6$

$\boxed{y = 3}$

$y = 0$ için : $3x + 2 . 0 - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6$

$\boxed{x = 2}$



ÖRNEK

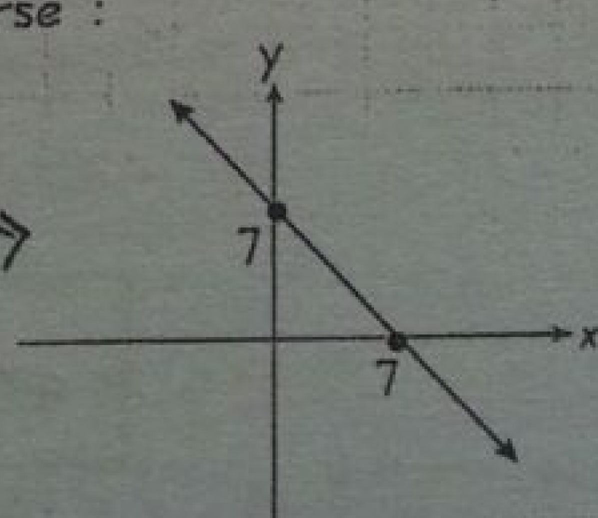
$y = -x + 7$, $x = 2$ ve $x = 4$ doğruları ve x ekseni arasında kalan sınırlı bölgenin ...nı kaç birim karedir?

Çözüm

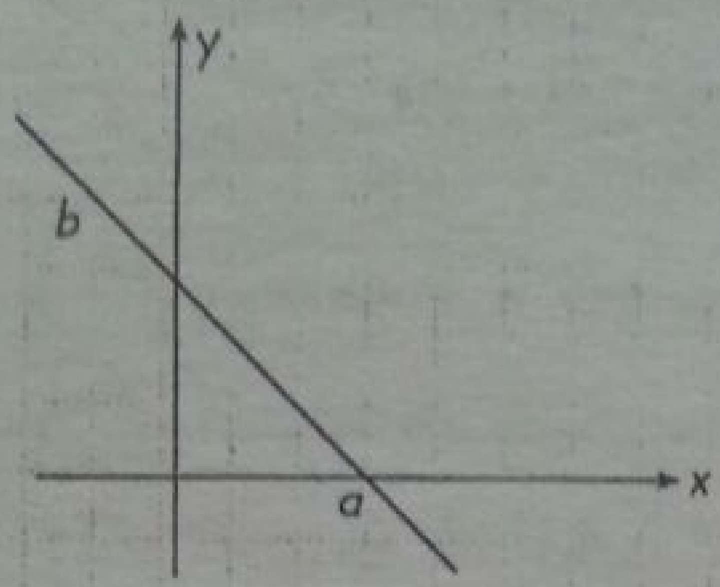
$y = -x + 7$ doğrusunun grafiği çizilirse :

$x = 0$ için $\boxed{y = 7}$

$y = 0$ için $\boxed{x = 7}$

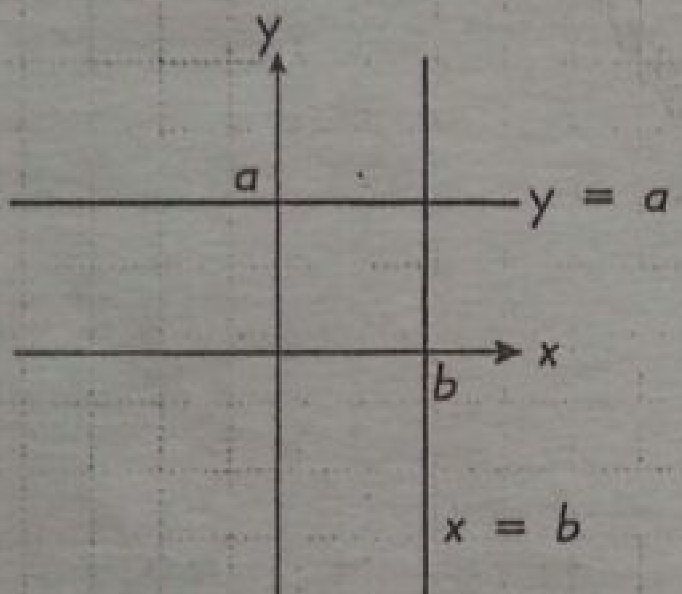


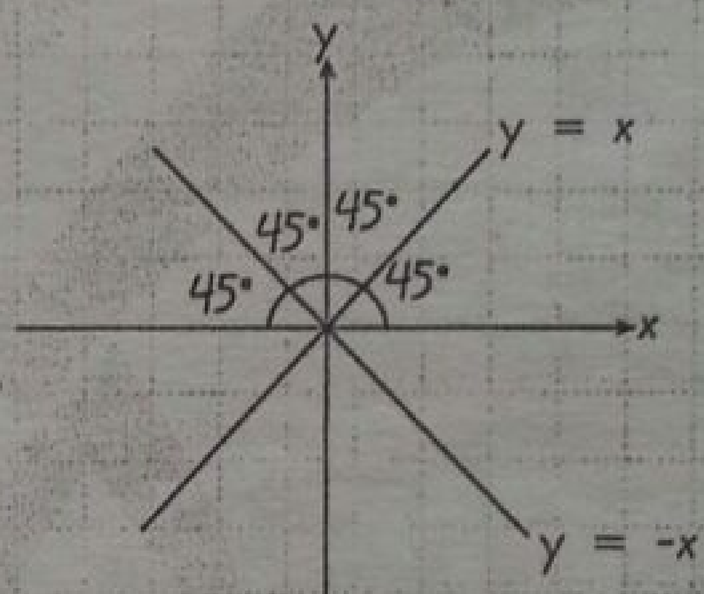
c. Eksenleri Kesen Noktaları Bilinen Doğrunun Denklemi



$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

d. Özel Doğrular





BURASI ÖNEMLİ

Denklemi $ax + by + c = 0$ olan bir doğru herhangi bir $A(x_0 , y_0)$ noktasından geçiyorsa bu nokta doğru denklemini sağlar.

$$a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c = 0$$

Çözüm

$(a-2).x+(b+1).y+2=0$ doğrusunun eğimi $\frac{-(a-2)}{b+1}=\frac{-a+2}{b+1}$ olur.

$2x-2y+1=0$ doğrusunun eğimi $\frac{-2}{-2}=1$ dir.

$3x-y+4=0$ doğrusunun eğimi $\frac{-3}{-1}=3$'tür.

Dolayısıyla

$\frac{-a+2}{b+1}=3$

$-a+2=3b+3$

$\boxed{3b+a=-1}$

$\frac{-a+2}{b+1}.1=-1$

$-a+2=-b-1$

$\boxed{b-a=-3}$

$$\begin{array}{r} 3b+a=-1 \\ +\ \ b-a=-3 \\ \hline 4b=-4 \end{array}$$

$\boxed{\begin{array}{l} b=-1 \\ a=2 \end{array}} \longrightarrow a+b=2+(-1)=1$

Doğru Denklemi

a. Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğrunun Denklemi

$A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemi

$$\boxed{y-y_1=m.(x-x_1)}$$

b. İki Noktası Bilinen Doğrunun Denklemi

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi

$$\boxed{\frac{y-y_1}{y_1-y_2}=\frac{x-x_1}{x_1-x_2}}$$

şeklinde yazılır.

BURASI ÖNEMLİ

- $ax + by + c = 0$ doğrusunun eğimi $m = -\frac{a}{b}$ dir.
- $y = ax + b$ doğrusunun eğimi a'dır.
- Paralel iki doğrunun eğimleri eşittir.
- Birbirini dik kesen iki doğrunun eğimlerinin çarpımı -1'dir.
- x eksenine paralel doğruların eğimleri 0'dır.
- y eksenine paralel doğruların eğimleri tanımsızdır.

ÖRNEK

$A(-2\ ,\ 1)$, $B(2\ ,\ -1)$ ve $C(4\ ,\ a)$ noktaları doğrusal olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm

Doğrusal olan noktalardan herhangi ikisinin seçilmesiyle elde edilen eğim sabit olacaktır.

m_{AB} ve m_{BC} eşitlenirse

$$\frac{-1-1}{2-(-2)} = \frac{a-(-1)}{4-2}$$

$$\frac{\cancel{-2}^{1}}{\cancel{4}_{1}} = \frac{a+1}{\cancel{2}_{1}}$$

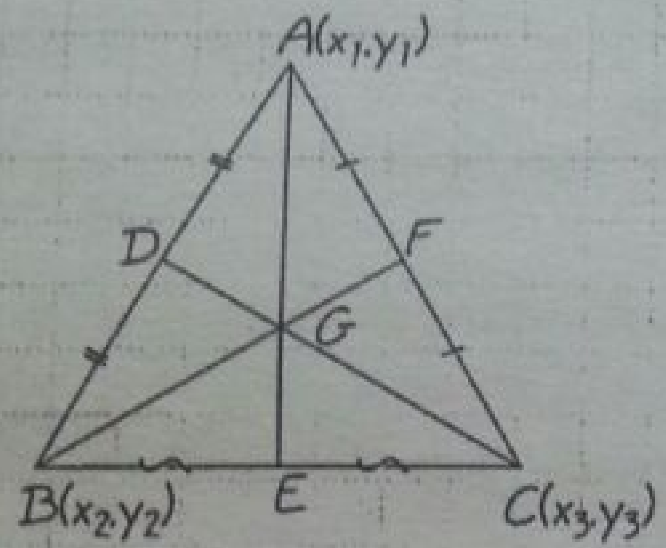
$$-1 = a+1$$

$$a = -2$$

ÖRNEK

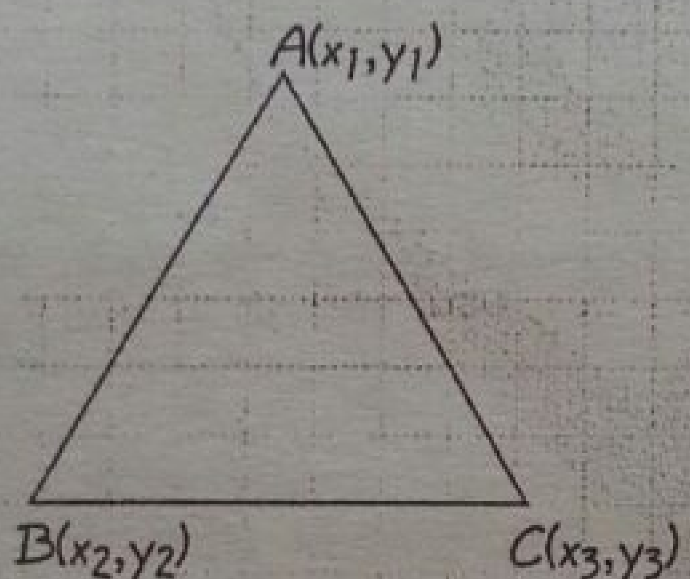
$(a - 2) \cdot x + (b + 1) \cdot y + 2 = 0$ doğrusu $2x - 2y + 1 = 0$ doğrusuna dik ve $3x - y + 4 = 0$ doğrusuna paralel olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

Üçgenin Ağırlık Merkezinin Bulunması



$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

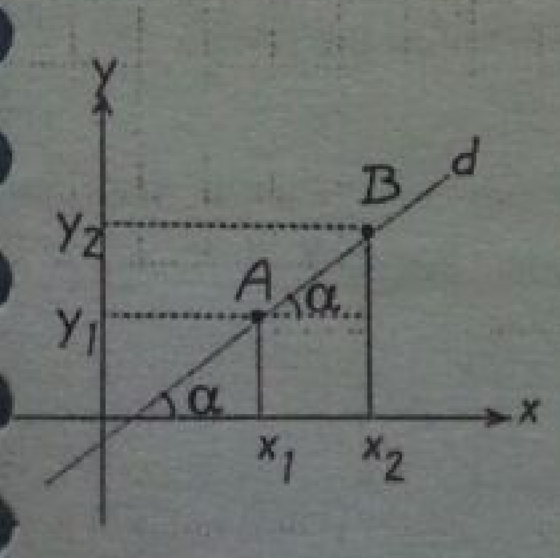
Üçgenin Alanı



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \begin{array}{r|cc|l} & x_1 & y_1 & \\ - & x_2 & y_2 & + \\ - & x_3 & y_3 & + \\ - & x_1 & y_1 & + \end{array}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot [(x_1 \cdot y_2 + x_2 + y_3 + x_3 \cdot y_1) - (y_1 \cdot x_2 + y_2 \cdot x_3 + y_3 \cdot x_1)]$$

Doğrunun Eğimi



Şekilde d doğrusunun eğim açısı α'dır.

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi :

$$m = \tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

BURASI ÖNEMLİ

Bir doğru parçasını belli bir oranda bölen noktanın koordinatları

$A(x_1 , y_1)$ $\quad C(a , b)$ $\quad B(x_2 , y_2)$

$$\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{a-x_1}{x_2-a}=k \Rightarrow a=\boxed{\frac{x_1+x_2 . k}{k+1}} \qquad \boxed{b=\frac{y_1+k . y_2}{k+1}}$$

ÖRNEK

A, B ve C noktaları bir doğru üzerinde olup C noktası A ile B arasındadır.

$A(-1 , 3)$, $B(4 , -2)$ ve $2 . |AC| = 3 . |CB|$ olduğuna göre, noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

Çözüm

$3k \qquad 2k$

$A(-1 , 3) \qquad C(x , y) \qquad B(4 , -2)$

$2 . |AC| = 3 . |CB|$ olduğundan $|AC| = 3k$ ve $|CB| = 2k$ olur.

Buradan

$$\frac{|AC|}{|CB|}=\frac{3k}{2k}=\frac{3}{2} \text{ olur.}$$

Dolayısıyla

$$x=\frac{-1+\overset{2}{\cancel{4}}.\frac{3}{\cancel{2}}}{\frac{3}{2}+1}=\frac{-1+6}{\frac{5}{2}}=\frac{5}{\frac{5}{2}}=\frac{\cancel{5}}{1}.\frac{2}{\cancel{5}}=2$$

$$y=\frac{3+(-\cancel{2}).\frac{3}{\cancel{2}}}{\frac{3}{2}+1}=\frac{3-3}{\frac{5}{2}}=\frac{0}{\frac{5}{2}}=\frac{0}{1}.\frac{2}{5}=0$$

$x + y = 2 + 0 = 2$

ÖRNEK

A(1 , 2) , B(−2 , −2) noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.

Çözüm

$$|AB| = \sqrt{(1-(-2))^2 + (2-(-2))^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ br bulunur.}$$

Ortak Nokta

$C(x_0 , y_0)$

$A(x_1 , y_1)$ $B(x_2 , y_2)$

[AB] nın orta noktası $C(x_0 , y_0)$ noktasının koordinatları:

$$\boxed{x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}} \qquad \boxed{y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}}$$

ÖRNEK

[AB] nın orta noktası C'dir, A'nın koordinatları (−2 , 4) ve C'nin koordinatları (4 , −2) ...ğuna göre, B'nin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

Çözüm

A(−2 , 4) , B(x , y) , C(4 , −2) olduğundan

A(-2 , 4) C(4 , - 2) B(x , y)

$$4 = \frac{-2+x}{2} \qquad -2 = \frac{4+y}{2}$$

$$8 = -2 + x \qquad -4 = 4 + y$$

$$\boxed{x = 10} \qquad \boxed{y = -8}$$

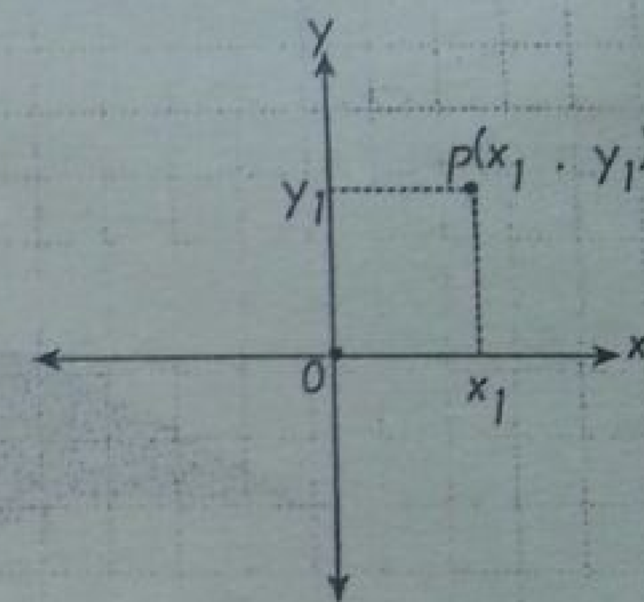
B(10, - 8)

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

Bu konuyla ilgili her yıl ortalama "0-1 soru" sorulmaktadır.

Analitik Düzlem

Başlangıç noktasında birbirine dik olan iki sayı doğrusunun oluşturduğu düzleme analitik düzlem denir. Yatay eksene x ekseni veya apsis, düşey eksene y ekseni veya ordinat denir. İki eksenin kesiştiği noktaya başlangıç noktası veya orijin denir.

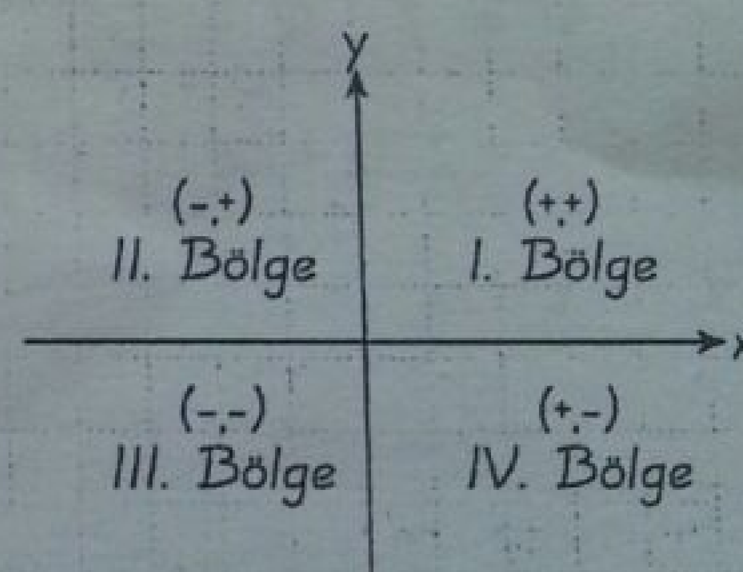


Analitik düzlemde her nokta (x , y) sıralı ikilisi ile ifade edilir. Bu sıralı ikiliye noktanın koordinatları denir. P(x , y) noktasının apsisi x_1 , ordinatı y_1'dir.

BURASI ÖNEMLİ

- x ekseni üzerindeki noktaların ordinatı 0 olduğundan x eksenine $y = 0$ doğrusu, y ekseni üzerindeki noktaların ordinatı 0 olduğundan y eksenine $x = 0$ doğrusu da denilebilir.

- Analitik düzlem dört ayrı bölgeden oluşur.

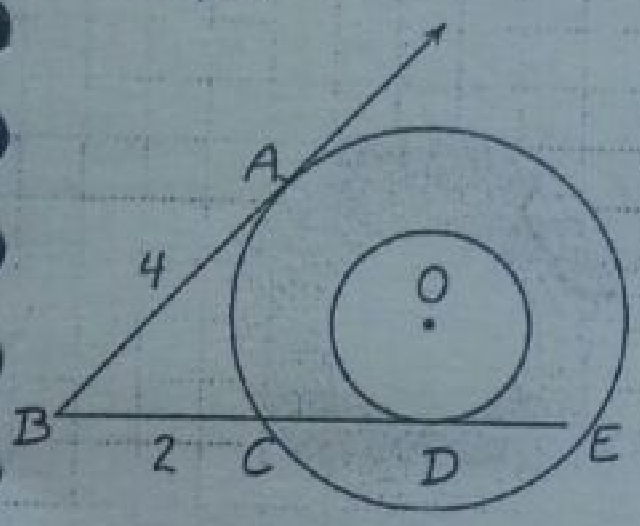


İki Nokta Arasındaki Uzaklık

Analitik düzlemde $A(x_1 \, , \, y_1)$ ve $B(x_2 \, , \, y_2)$ noktaları arasındaki uzaklık

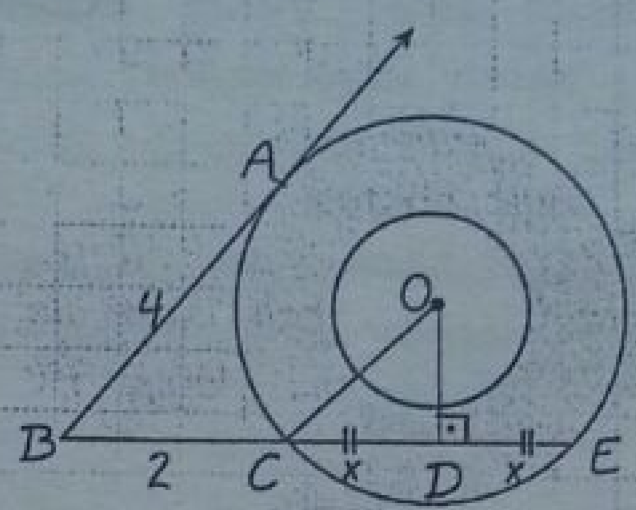
$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

ÖRNEK



A ve D noktaları teğet değme noktaları ve daireler ortak merkezli olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm² dir?

Çözüm



O merkezinden D'ye çizilen doğru parçası, D noktası teğet değme noktası olduğundan [BE] ye diktir ve [CE] yi iki eşit parçaya ayırır.

$|CD| = |DE| = x$ denirse

$$|AB|^2 = |BC| . |BE|$$

$$4^2 = 2 . (2 + 2x)$$

$$^{8}\cancel{16} = \cancel{2} . (2 + 2x)$$

$$6 = 2x$$

$x = 3$ cm olur.

OCD dik üçgeninde

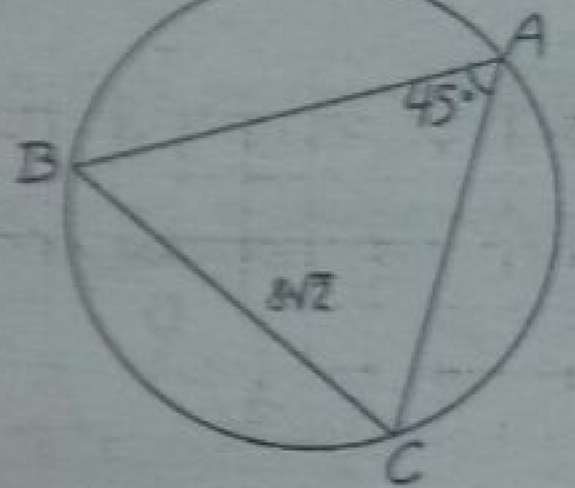
Pisagor teoremi uygulanırsa

$$|OC|^2 = x^2 + |OD|^2 \Rightarrow \underbrace{x^2}_{3^2} = |OC|^2 - |OD|^2 \Rightarrow |OC|^2 - |OD|^2 = 9 \text{ cm}^2$$

Taralı bölgenin alanı

$$\pi . |OC|^2 - \pi . |OD|^2 = \pi . (\underbrace{|OC|^2 - |OD|^2}_{9}) = \underline{\underline{9\pi}} \text{ cm}^2$$

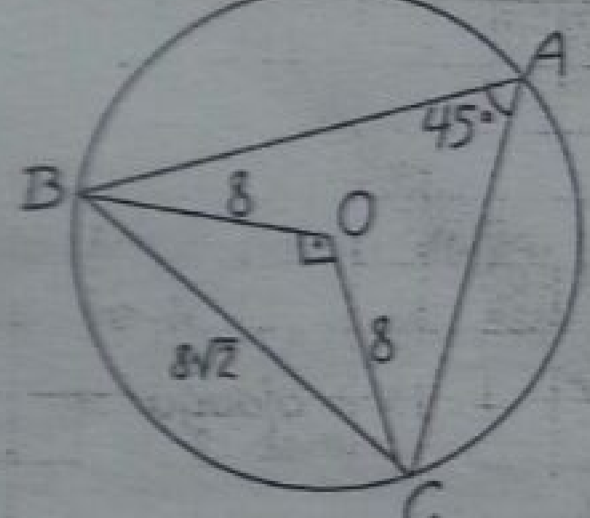
ÖRNEK



Şekildeki dairede $|BC| = 8\sqrt{2}$ cm ve $m(\widehat{BAC}) = 45°$

olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

Çözüm



[OB] ve [OC] çizilirse aynı yayı gören merkez açı, çevre açının 2 katı olduğundan

$m(\widehat{BOC}) = 2.45° = 90°$ olur. $45° - 45° - 90°$ üçgeninden

$$|OB| = |OC| = \frac{8\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}} = 8 \text{ cm olur.}$$

Taralı bölgenin alanı 90°lik daire dilimi ile OBC üçgeninin alanlarının farkı olduğundan

$$\frac{\pi.8^2.\cancel{90}^{1}}{\cancel{360}_{4}} - \frac{8.\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}} = \frac{{}^{16}\cancel{64}\pi}{\cancel{4}} - 32$$

$$= 16\pi - 32 \text{ cm}^2$$